1．次の不等式を解け。

(1)　$2(2x-13)>3(3x-7)$

両辺を展開すると　$4x-26>9x-21$
移項すると　$4x-9x>-21+26$
よって　$-5x>5$
両辺を -5 で割って　$x<-1$

(2)　$\dfrac{x}{2}+1<\dfrac{x}{3}+2$

両辺に 6 を掛けると　$6\left(\dfrac{x}{2}+1\right)<6\left(\dfrac{x}{3}+2\right)$
すなわち　$3x+6<2x+12$
移項して整理すると　$x<6$

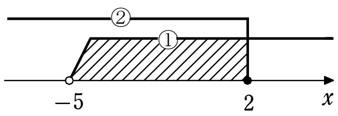
(3)　$0.3x-0.9\geqq 0.5x-1.3$

両辺に 10 を掛けると　$3x-9\geqq 5x-13$
移項して整理すると　$-2x\geqq -4$
両辺を -2 で割って　$x\leqq 2$

2．次の不等式を解け。

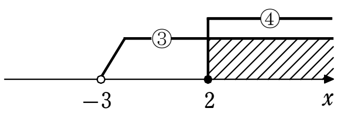
(1)　$\begin{cases} 5x+8>2x-7 \\ 8x-3\leqq 3x+7 \end{cases}$

$5x+8>2x-7$ から　$3x>-15$
よって　$x>-5$　……①
$8x-3\leqq 3x+7$ から　$5x\leqq 10$
よって　$x\leqq 2$　……②
① と ② の共通範囲を求めて　$-5<x\leqq 2$



(2)　$2x-1<5x+8\leqq 7x+4$

$\begin{cases} 2x-1<5x+8 & \cdots\cdots ① \\ 5x+8\leqq 7x+4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$
① を整理すると　$-3x<9$
よって　$x>-3$　……③
② を整理すると　$-2x\leqq -4$
よって　$x\geqq 2$　……④
③ と ④ の共通範囲を求めて　$x\geqq 2$



3．不等式 $3x-5<x+7\leqq 2x+9$ を満たす正の整数 x の値を求めよ。

$3x-5<x+7$ から　$2x<12$　　よって　$x<6$　……①
$x+7\leqq 2x+9$ から　$-x\leqq 2$　　よって　$x\geqq -2$　……②
① と ② の共通範囲を求めて　$-2\leqq x<6$
求める正の整数 x の値は　$x=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

4．次の方程式，不等式を解け。

(1)　$|x+2|=4$

$|x+2|=4$ から　$x+2=\pm 4$
したがって　$x=2,\ -6$

(2)　$|2x-1|=5$

$|2x-1|=5$ から　$2x-1=\pm 5$
$2x-1=5$ から　$x=3$
$2x-1=-5$ から　$x=-2$
したがって　$x=3,\ -2$

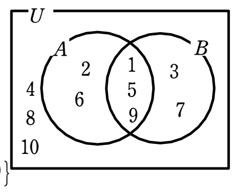
(3)　$|3x+2|<5$

$|3x+2|<5$ から　$-5<3x+2<5$
各辺から 2 を引いて　$-7<3x<3$
したがって　$-\dfrac{7}{3}<x<1$

(4)　$|2x-3|\geqq 2$

$|2x-3|\geqq 2$ から
$2x-3\leqq -2,\ 2\leqq 2x-3$
よって　$2x\leqq 1,\ 5\leqq 2x$
したがって　$x\leqq\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{2}\leqq x$

5．全体集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$ の部分集合 A，B を $A=\{1,\ 2,\ 5,\ 6,\ 9\}$，$B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ とする。
次の集合を求めよ。



(1)　$A\cup B$　　(2)　$A\cap B$

$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9\}$　　$A\cap B=\{1,\ 5,\ 9\}$

(3)　$\overline{A}$　　(4)　$A\cap\overline{B}$

$\overline{A}=\{3,\ 4,\ 7,\ 8,\ 10\}$

$\overline{B}=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ から
$A\cap\overline{B}=\{2,\ 6\}$

6．x，y は実数とする。次の $\boxed{}$ に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，最も適する言葉を入れよ。

(1)　$x=1$ は $x^2=1$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

(2)　$x=y=2$ は $2x+y=6$ かつ $2x-y=2$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

(3)　$x\leqq 3$ は $x\leqq 1$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

(1) 「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」は真。
「$x^2=1 \Longrightarrow x=1$」は偽。(反例：$x=-1$)
よって，十分条件である。

(2)　$x=y=2$ のとき　$2x+y=2\cdot 2+2=6$
$2x-y=2\cdot 2-2=2$
したがって，「$x=y=2 \Longrightarrow 2x+y=6$ かつ $2x-y=2$」は真。
連立方程式 $2x+y=6$，$2x-y=2$ を解くと　$x=2$，$y=2$
したがって，「$2x+y=6$ かつ $2x-y=2 \Longrightarrow x=y=2$」は真。
よって，必要十分条件である。

(3) 「$x\leqq 3 \Longrightarrow x\leqq 1$」は偽。(反例：$x=3$)
「$x\leqq 1 \Longrightarrow x\leqq 3$」は真。
よって，必要条件である。

7．x，y は実数とする。次の命題の真偽を調べよ。また，その逆，対偶，裏を述べ，それらの真偽を調べよ。

$x+y=3 \Longrightarrow x=1$ かつ $y=2$

与えられた命題は　偽　(反例：$x=0$，$y=3$)

逆：「$x=1$ かつ $y=2 \Longrightarrow x+y=3$」　　これは　真

対偶：「$x \neq 1$ または $y \neq 2 \Longrightarrow x+y \neq 3$」
与えられた命題は偽であるから，対偶も　偽

裏：「$x+y \neq 3 \Longrightarrow x \neq 1$ または $y \neq 2$」
与えられた命題の逆は真であるから，裏も　真

8．$f(x)=-2x+3$，$g(x)=-x^2+2x+2$ において，次の値を求めよ。

(1)　$f(3)$　　$f(3)=-2\cdot3+3=-3$

(2)　$f(-2)$　　$f(-2)=-2\cdot(-2)+3=7$

(3)　$f(a-2)$　　$f(a-2)=-2(a-2)+3=-2a+4+3$
$=-2a+7$

(4)　$g(-3)$　　$g(-3)=-(-3)^2+2\cdot(-3)+2=-13$

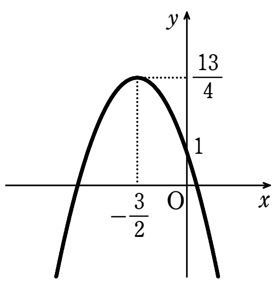
(5)　$g(-a)$　　$g(-a)=-(-a)^2+2\cdot(-a)+2$
$=-a^2-2a+2$

(6)　$g(a+1)$　　$g(a+1)=-(a+1)^2+2(a+1)+2$
$=-(a^2+2a+1)+2a+2+2$
$=-a^2+3$

9．2 次関数 $y=-x^2-3x+1$ のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

$$-x^2-3x+1=-(x^2+3x)+1$$
$$=-\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+1$$
$$=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{13}{4}$$

よって　$y=-\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{13}{4}$



したがって，グラフは〔図〕。

軸は直線 $x=-\dfrac{3}{2}$，

頂点は点 $\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{13}{4}\right)$

10. 関数 $y=3x^2-6x-2$ のグラフを，x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

$y=3x^2-6x-2$ を変形すると　$y=3(x-1)^2-5$
頂点 $(1,\ -5)$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した点の座標は
$(1-2,\ -5+3)$　すなわち　$(-1,\ -2)$
よって，求める放物線の方程式は
$y=3(x+1)^2-2$　($y=3x^2+6x+1$ でもよい)

11. 2 次関数 $y=-2x^2-8x+5$ に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

関数の式を変形すると　$y=-2(x+2)^2+13$
よって，$x=-2$ で最大値 13 をとる。
最小値はない。

12. 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。

(1)　頂点が点 $(1,\ 2)$ で，点 $(0,\ 4)$ を通る。

頂点が点 $(1,\ 2)$ であるから，
この 2 次関数は $y=a(x-1)^2+2$ の形に表される。
グラフが点 $(0,\ 4)$ を通るから　$4=a(0-1)^2+2$
よって　$a=2$
ゆえに　$y=2(x-1)^2+2$　($y=2x^2-4x+4$)

(2)　軸が直線 $x=-3$ で，2 点 $(-2,\ 0)$，$(1,\ -15)$ を通る。

軸が直線 $x=-3$ であるから，
この 2 次関数は $y=a(x+3)^2+q$ の形に表される。
グラフが点 $(-2,\ 0)$ を通るから　$0=a(-2+3)^2+q$
点 $(1,\ -15)$ を通るから　$-15=a(1+3)^2+q$
よって　$a+q=0$，$16a+q=-15$
これを解くと　$a=-1$，$q=1$
ゆえに　$y=-(x+3)^2+1$　($y=-x^2-6x-8$)

13. 3 点 $(1,\ 2)$，$(2,\ -1)$，$(3,\ -8)$ を通る放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ。

求める 2 次関数を $y=ax^2+bx+c$ とする。
グラフが 3 点 $(1,\ 2)$，$(2,\ -1)$，$(3,\ -8)$ を通るから
$a+b+c=2$　…… ①
$4a+2b+c=-1$　…… ②
$9a+3b+c=-8$　…… ③
②−① から　$3a+b=-3$　…… ④
③−② から　$5a+b=-7$　…… ⑤
④，⑤ を解くと　$a=-2$，$b=3$
$a=-2$，$b=3$ を ① に代入すると　$-2+3+c=2$
ゆえに　$c=1$
よって，求める 2 次関数は　$y=-2x^2+3x+1$

14. $x=1$ で最小値 -2 をとり，$x=-1$ で $y=6$ となる 2 次関数を求めよ。

$x=1$ で最小値 -2 をとるから，この 2 次関数は
$y=a(x-1)^2-2$ $(a>0)$ の形に表される。
$x=-1$，$y=6$ を代入して　$6=a(-1-1)^2-2$
ゆえに　$a=2$　これは $a>0$ を満たす。
よって　$y=2(x-1)^2-2$　($y=2x^2-4x$)