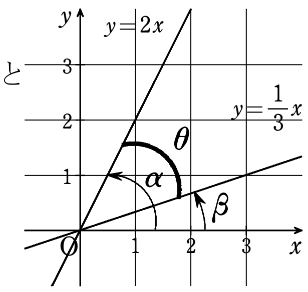
3年6組　解法数学ⅡＢ　数学Ⅱの教科書（ｐ128～131）練習の解答　　　　３年６組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

ｐ128　練習27



２直線 $y=2x$ 、 $y=\dfrac{1}{3}x$ とｘ軸の正の向きとのなす角を、それぞれα、βとすると、図より $\theta=\alpha-\beta$ である。２直線の傾きから

$\tan\alpha=2$ 、$\tan\beta=\dfrac{1}{3}$ なので

$$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{2-\frac{1}{3}}{1+2\cdot\frac{1}{3}}=\frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}}=1$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ より　$\theta=\dfrac{\pi}{4}$

ｐ129　練習28

（１）　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ より

$$\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2=1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$$

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$ のとき、$\sin\alpha>0$ であるので

$$\sin\alpha=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$

（２）２倍角の公式より

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)=-\frac{4\sqrt{5}}{9}$$

（３）２倍角の公式より

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{5}{9}-\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$$

ｐ129　練習29

$3\alpha=2\alpha+\alpha$ と考えて加法定理を使う。２倍角の公式も用いる。

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

（１）$\sin3\alpha=\sin(2\alpha+\alpha)=\sin2\alpha\cos\alpha+\cos2\alpha\sin\alpha$

$=2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\cos\alpha+(1-2\sin^2\alpha)\sin\alpha$

$=2\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)+\sin\alpha-2\sin^3\alpha$

$=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

したがって　$\sin3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

（２）$\cos3\alpha=\cos(2\alpha+\alpha)=\cos2\alpha\cos\alpha-\sin2\alpha\sin\alpha$

$=(2\cos^2\alpha-1)\cos\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\sin\alpha$

$=2\cos^3\alpha-\cos\alpha-2(1-\cos^2\alpha)\cos\alpha$

$=-3\cos\alpha+4\cos^3\alpha$

したがって　$\cos3\alpha=-3\cos\alpha+4\cos^3\alpha$

ｐ130　練習30

（１）$\sin^2\dfrac{\pi}{8}=\dfrac{1}{2}\left(1-\cos\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}$

$\sin\dfrac{\pi}{8}>0$ より　$\sin\dfrac{\pi}{8}=\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}}=\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

（２）$\sin^2\dfrac{3}{8}\pi=\dfrac{1}{2}\left(1-\cos\dfrac{3}{4}\pi\right)=\dfrac{1}{2}\left\{1-\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$

$\sin\dfrac{3}{8}\pi>0$ より　$\sin\dfrac{3}{8}\pi=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

（３）$\cos^2\dfrac{3}{8}\pi=\dfrac{1}{2}\left(1+\cos\dfrac{3}{4}\pi\right)=\dfrac{1}{2}\left\{1+\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}$

$\cos\dfrac{3}{8}\pi>0$ より　$\cos\dfrac{3}{8}\pi=\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}}$

ｐ130　練習31

$$\tan2\alpha=\tan(\alpha+\alpha)=\frac{\tan\alpha+\tan\alpha}{1-\tan\alpha\tan\alpha}=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\tan^2\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{\frac{1-\cos\alpha}{2}}{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

（１）$\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\dfrac{2\cdot3}{1-3^2}=-\dfrac{3}{4}$

（２）$\tan^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}=\dfrac{1-\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{5}$

$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ のとき、$0<\dfrac{\alpha}{2}<\dfrac{\pi}{4}$ より $\tan\dfrac{\alpha}{2}>0$ なので

$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

ｐ131　練習32

（１）$\cos2\alpha==1-2\sin^2\alpha$ より

左辺を変形して　$(1-2\sin^2\theta)+\sin\theta=1$

$2\sin^2\theta-\sin\theta=0$

$\sin\theta(2\sin\theta-1)=0$

よって、$\sin\theta=0$ または $\sin\theta=\dfrac{1}{2}$　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき

$\sin\theta=0$　から　$\theta=0,\ \pi$

$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$　から　$\theta=\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5}{6}\pi$　答え：$\theta=0,\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5}{6}\pi,\pi$

（２）$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ より

左辺を変形して　$2\sin\theta\cos\theta+\cos\theta=0$

$\cos\theta(2\sin\theta+1)=0$

よって、$\cos\theta=0$ または $\sin\theta=\dfrac{1}{2}$　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき

$\cos\theta=0$ から　$\theta=\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3}{2}\pi$

$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ から　$\theta=\dfrac{7}{6}\pi,\dfrac{11}{6}\pi$　答え：$\theta=\dfrac{\pi}{2},\dfrac{7}{6}\pi,\dfrac{3}{2}\pi,\dfrac{11}{6}\pi$