

課題⑦⑧の後、学習内容を深めるために取り組むこと。最後に、必ず、学習した範囲において自己評価を行うこと。

第2節 実数 (P24~P31)

4 実数 (P24~P27)

自然数 1, 2, 3, ……に, 0 と -1, -2, -3, ……とを合わせて **整数** という。

また, 整数 m と 0 でない整数 n を用いて分数 $\frac{m}{n}$ の形に表される数を **有理数** という。

整数 m は $\frac{m}{1}$ と表されるから, 有理数である。

A 有理数

小数第何位かで終わる小数を **有限小数** といい, 小数点以下の数字が限りなく続く小数

を **無限小数** という。無限小数のうち, ある位以下では数字の同じ並びが繰り返される小数

を **循環小数** という。循環小数を次のように書き表すことがある。

$$0.666\cdots = 0.\dot{6} \quad 0.3181818\cdots = 0.3\dot{1}\dot{8} \quad 1.234234234\cdots = 1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$$

練習 28 次の分数を循環小数で表せ。ただし, 上のような表し方で書け。

(1) $\frac{8}{9}$ $\frac{0.88}{9 \overline{) 80}}$ (2) $\frac{6}{11}$ $\frac{0.54}{11 \overline{) 60}}$ (3) $\frac{10}{27}$ $\frac{0.370}{27 \overline{) 100}}$ (4) $\frac{25}{22}$ $\frac{1.136}{22 \overline{) 25}}$

$0.\dot{8}$ $0.\dot{5}\dot{4}$ $0.\dot{3}\dot{7}\dot{0}$ $1.\dot{1}\dot{3}\dot{6}$

有理数について, 次のことが知られている。
 整数以外の有理数は, 有限小数か無限小数のいずれかで表される。
 逆に, 有限小数と循環小数は必ず分数で表され, 有理数である。

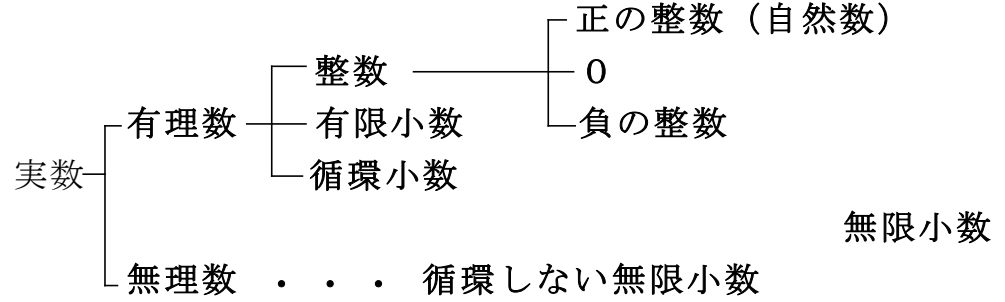
有理数 $\left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \\ \text{有限小数} \\ \text{循環小数} \end{array} \right.$

B 実数

整式と, 有限小数または無限小数で表される数と合わせて **実数** という。実数のうち,

有理数でない数を **無理数** という。無理数は, 循環しない無限小数で表される数であり, 分

数で表すことはできない。



無理数の代表値 (ルートや円周率: π)

$\sqrt{2} = 1.4142\cdots$ (ひとよひとよにひとみごろ...)
 $\sqrt{3} = 1.732\cdots$ (ひとなみにおごれや...)
 $\sqrt{5} = 2.236\cdots$ (ふじさんろくオウム鳴く)

2つの有理数の和, 差, 積, 商は常に有理数である。
 2つの実数の和, 差, 積, 商は常に実数である。

練習 29 下の表は数の範囲と四則計算についてまとめたものである。表の空らんには○か×のうち適切なものを入れよ。また, ×の場合は, 結果がその範囲にない計算の例を1つあげよ。

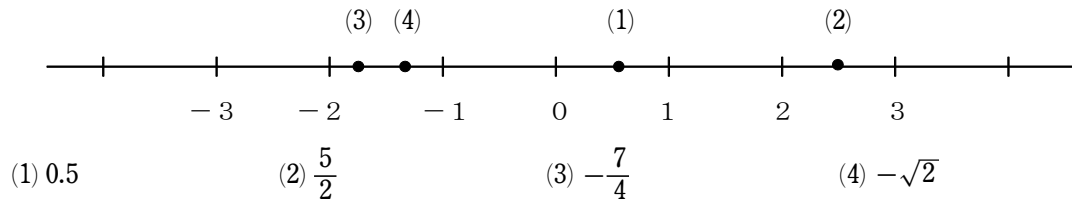
数の範囲	加法	減法	乗法	除法
自然数	○	×	○	×
整数	○	○	○	×
有理数	○	○	○	○
実数	○	○	○	○

×となる例: 自然数 減法 $1 - 2 = -1$ 除法 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ 整数 除法 $-3 \div 5 = -\frac{3}{5}$

課題⑦⑧の後、学習内容を深めるために取り組むこと。最後に、必ず、学習した範囲において自己評価を行うこと。

C 数直線と絶対値

練習30 次の実数に対応する点を上の数直線上にしろ。



数直線上で、点Pで実数 a が対応しているとき、 a を点Pの **座標** といい、座標が a である点Pを **P(a)** で表す。数直線上の原点O(0)と点P(a)の間の距離を、 a の **絶対値** といい、記号 $|a|$ で表す。0の絶対値 $|0|$ は0である。

【重要公式】絶対値

a が正の数または0のとき $|a| = a$

a が負の数 のとき $|a| = -a$

練習31 次の値を求めよ。

(1) $|3|$ (2) $|-4|$ (3) $|\frac{2}{3}|$

3 4 $\frac{2}{3}$

練習32 絶対値が5である数をすべて求めよ。

5 , -5

練習33 次の値を求めよ。

(1) $|2-3|$ (2) $|1-(-3)|$ (3) $|3-\pi|$ $\pi=3.14\dots$

$|-1| = -(-1) = 1$ $|1+3| = |4| = 4$ $|3-\pi| = -(3-\pi) = \pi-3$

5 根号を含む式の計算 (P28~P31)

2乗すると a になる数を a の **平方根** という。2乗して負になる実数はないから、ここでは負でない数の平方根を考えよう。

A 平方根

正の数 a の平方根は2つあり、それらは絶対値が等しく符号が異なる。その正の平方根を \sqrt{a} と書く。負の平方根は $-\sqrt{a}$ である。0の平方根は0だけであるから、 $\sqrt{0}=0$ とする。記号 $\sqrt{\quad}$ を

根号 といい、 \sqrt{a} を「ルート a 」と読む。

練習34 次の問いに答えよ。

(1) 6の平方根は何か。 (2) $\sqrt{16}$, $-\sqrt{\frac{9}{25}}$ の値を、それぞれ求めよ。

$\sqrt{6}$ と $-\sqrt{6}$ ($\pm\sqrt{6}$) $\sqrt{16}=4$, $-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$

【重要公式】平方根の性質

1 a が正の数 のとき $(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a$

2 a が正の数または0のとき $\sqrt{a^2} = a$

a が負の数 のとき $\sqrt{a^2} = -a$ $|\sqrt{a^2}| = |a|$

B 根号を含む式の計算

【重要公式】平方根の積と商

a , b が正の数 のとき

1 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 2 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

a , k が正の数 のとき $\sqrt{k^2a} = k\sqrt{a}$

練習35 次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt{2}\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{2}\sqrt{5}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ $\sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10}$ $\sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$ $\sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

練習36 次の式を \sqrt{a} の形に表せ。

(1) $3\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{5}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$ $\sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$ $\sqrt{5^2 \times 5} = \sqrt{125}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

課題⑦⑧の後、学習内容を深めるために取り組むこと。最後に、必ず、学習した範囲において自己評価を行うこと。

練習37 次の式を $k\sqrt{a}$ の形に表せ。

(1) $\sqrt{8}$ (2) $\sqrt{12}$ (3) $\sqrt{50}$
 $\sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$ $\sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ $\sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$

練習38 次の式を計算せよ。

(1) $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (2) $\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{72}$
 $(5 - 2 + 1)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ $\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (1 + 4 - 6)\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

(3) $(5\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) - (2\sqrt{2} + \sqrt{3})$ (4) $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{6}) - (\sqrt{96} - \sqrt{45})$
 $5\sqrt{2} - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ $2\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 3\sqrt{5}$
 $= (5 - 2)\sqrt{2} + (-3 - 1)\sqrt{3}$ $= (2 + 3)\sqrt{5} + (3 - 4)\sqrt{6}$
 $= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$ $= 5\sqrt{5} - \sqrt{6}$

練習39 次の式を計算せよ。

(1) $(4\sqrt{2} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5})$ (2) $(2\sqrt{3} - \sqrt{6})(\sqrt{3} + 3\sqrt{6})$
 $4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \times \sqrt{5} + 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ $2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{6} - \sqrt{6} \times \sqrt{3} - \sqrt{6} \times 3\sqrt{6}$
 $= 16 - 4\sqrt{10} + 6\sqrt{10} - 15$ $= 6 + 18\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 18$
 $= 1 + 2\sqrt{10}$ $= -12 + 15\sqrt{2}$

(3) $(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2$ (4) $(\sqrt{6} - 2)^2$
 $(\sqrt{7})^2 + 2\sqrt{7}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$ $(\sqrt{6})^2 - 2\sqrt{6} \cdot 2 + 2^2$
 $= 7 + 2\sqrt{21} + 3$ $= 6 - 4\sqrt{6} + 4$
 $= 10 + 2\sqrt{21}$ $= 10 - 4\sqrt{6}$

(5) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (6) $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})$
 $(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2$ $3^2 - (\sqrt{5})^2$
 $= 3 - 2 = 1$ $= 9 - 5 = 4$

☐ 分母の有理化

分母に根号を含む式を変形して、分母に根号を含まない式にすることを、分母を有理化するという。

有理化

練習40 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (4) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

$\frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ $\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ $\frac{1 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

練習41 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ (3) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5} + 1}$ (4) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

$\frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$ $\frac{\sqrt{2} \times (\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}$ $\frac{2\sqrt{3} \times (\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)}$ $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})}$
 $= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2}$ $= \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{5 - 3}$ $= \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{3}}{5 - 1}$ $= \frac{(\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{5 - 2}$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{2}$ $= \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2}$ $= \frac{2(\sqrt{15} - \sqrt{3})}{4}$ $= \frac{5 + 2\sqrt{10} + 2}{3}$
 $= \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{2}$ $= \frac{7 + 2\sqrt{10}}{3}$

この範囲を学習に対して自己評価5～1で記入せよ。(5を最高評価とする)

(1) 計画的に取り組めた。

(2) 興味をもって取り組めた。

点

点

※ 解答は本校HPに掲載するので、解答確認し、理解度を深めてください。