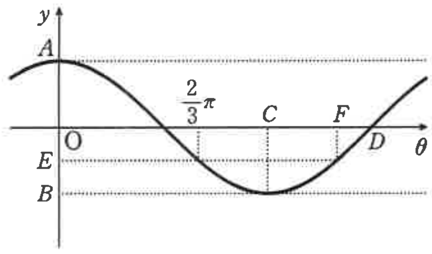
在宅教育　確認プリント２　３年生　解法数学ⅡB　課題②③の後に解答　３年６組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

1 右の図は，関数 $y=\cos\theta$ のグラフである。
図中の目盛り A～F の値を求めよ。



解説
$-1\leqq\cos\theta\leqq1$ であるから

$A=1$，$B=-1$　　$C=\pi$，$D=\frac{3}{2}\pi$，$E=\cos\frac{2}{3}\pi=-\frac{1}{2}$

F は，$\pi<F<\frac{3}{2}\pi$ かつ $\cos F=-\frac{1}{2}$ を満たすから　　$F=\frac{4}{3}\pi$

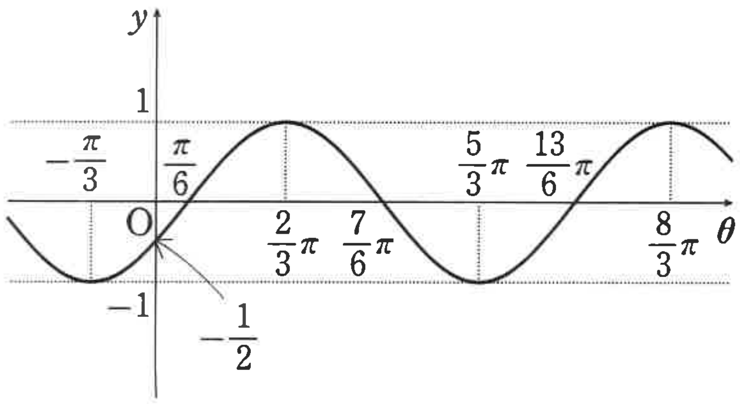
2 次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。

(1) $y=\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$　　(2) $y=\frac{1}{3}\cos\theta$　　(3) $y=2\tan\theta$

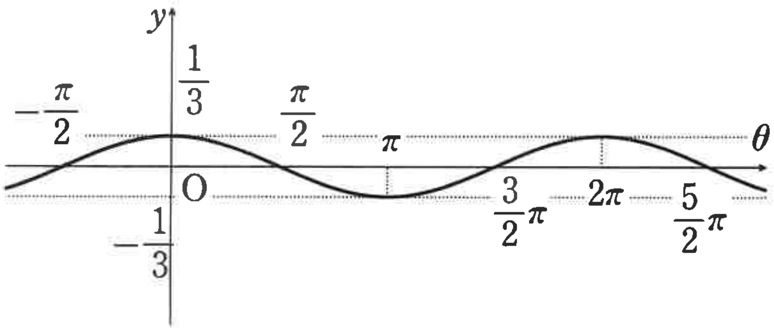
(4) $y=\sin4\theta$　　(5) $y=\cos\frac{\theta}{2}$

解説

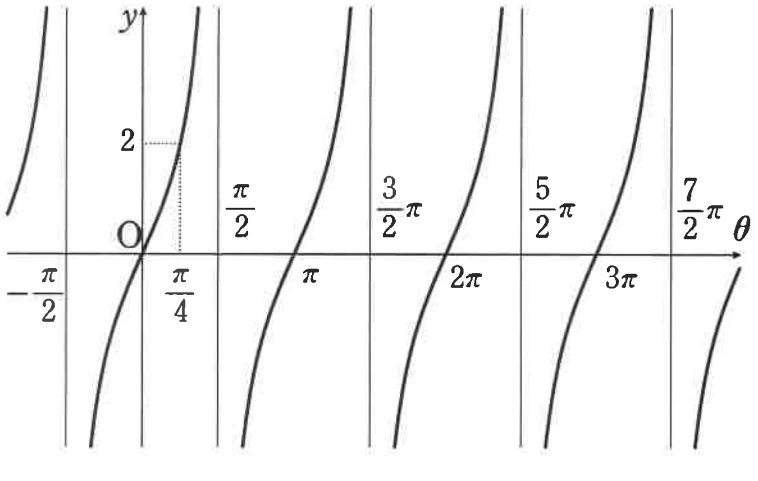
(1) このグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $\frac{\pi}{6}$ だけ平行移動したもので，次の図のようになる。周期は　2π



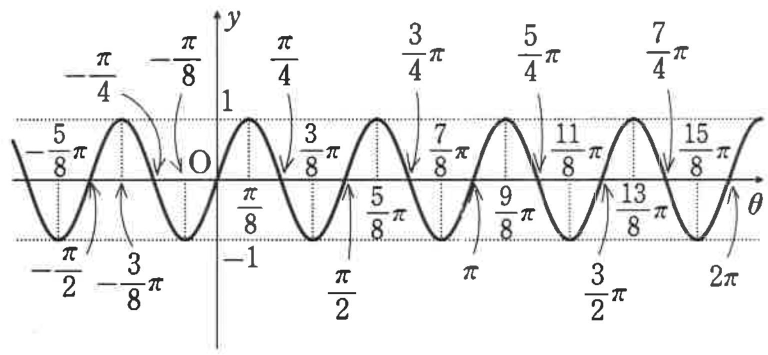
(2) このグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを，θ 軸をもとにして y 軸方向へ $\frac{1}{3}$ 倍に縮小したもので，次の図のようになる。周期は　2π



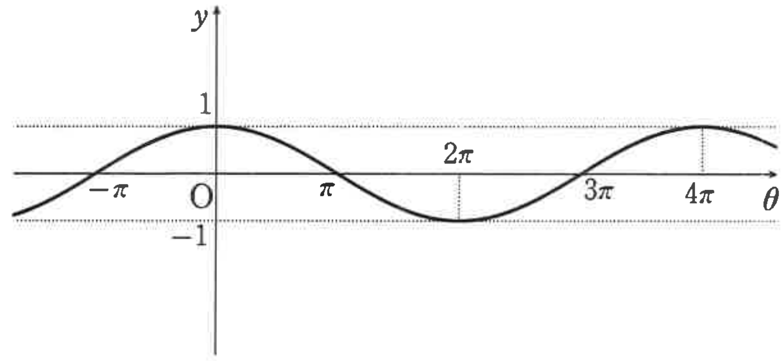
(3) このグラフは，$y=\tan\theta$ のグラフを，θ 軸をもとにして y 軸方向へ２倍に拡大したもので，次の図のようになる。周期は　π



(4) このグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを，y 軸をもとにして θ 軸方向へ $\frac{1}{4}$ 倍に縮小したもので，次の図のようになる。周期は　$2\pi\times\frac{1}{4}=\frac{\pi}{2}$



(5) このグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを，y 軸をもとにして θ 軸方向へ２倍に拡大したもので，次の図のようになる。周期は　$2\pi\times2=4\pi$

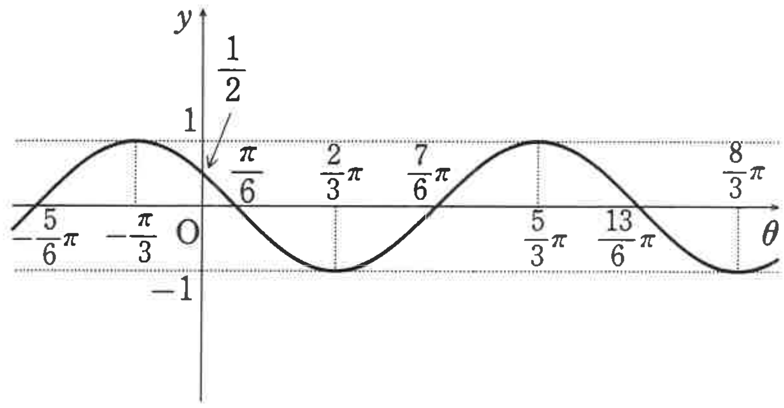


3 次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。

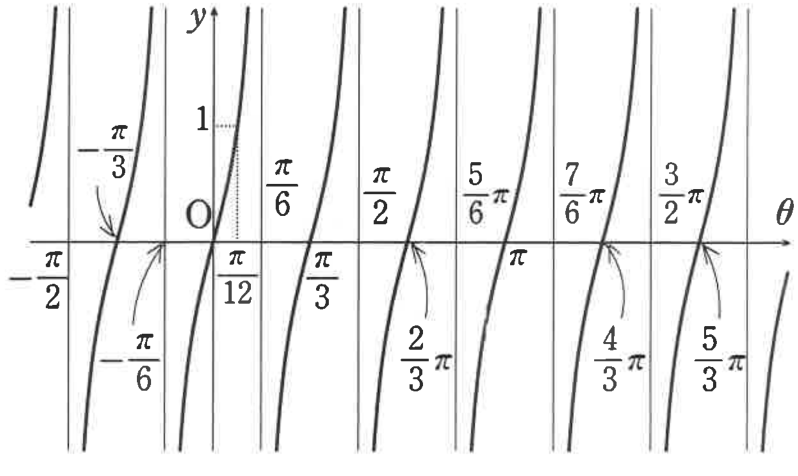
(1) $y=\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$　　(2) $y=\tan3\theta$

解説

(1) このグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $-\frac{\pi}{3}$ だけ平行移動したもので，次の図のようになる。周期は　2π



(2) このグラフは，$y=\tan\theta$ のグラフを，y 軸をもとにして θ 軸方向へ $\frac{1}{3}$ 倍に縮小したもので，次の図のようになる。周期は　$\pi\times\frac{1}{3}=\frac{\pi}{3}$

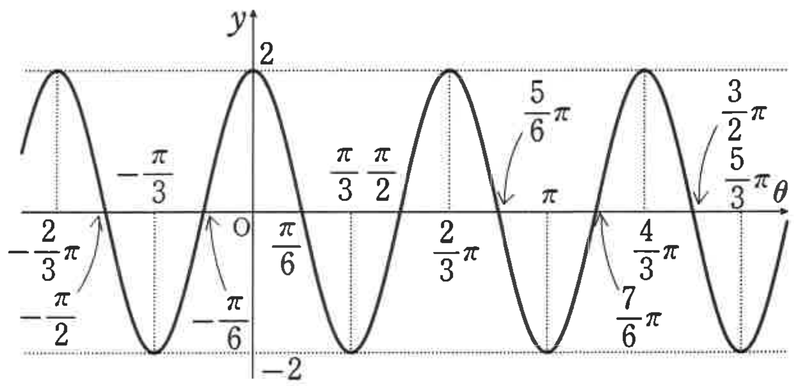


4 次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。

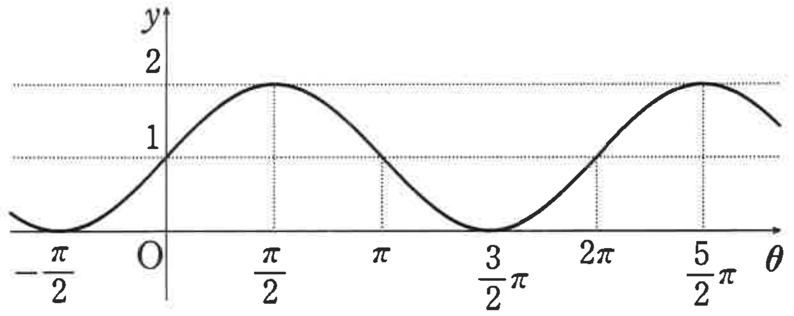
(1) $y=2\cos 3\theta$　　(2) $y=\sin\theta+1$　　(3) $y=-\cos\theta$

解説

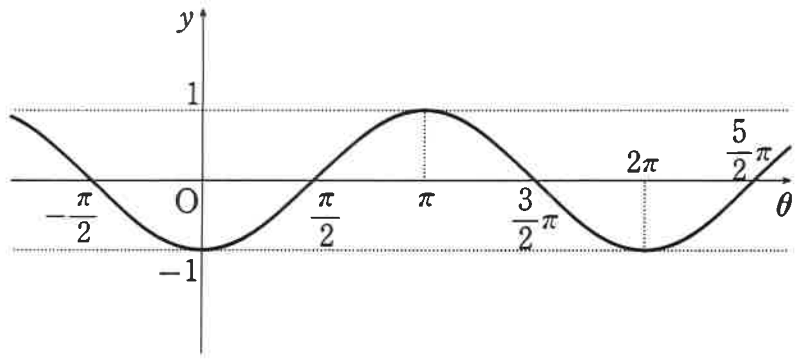
(1) このグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフを，y軸をもとにしてθ軸方向へ$\frac{1}{3}$倍に縮小し，θ軸をもとにしてy軸方向へ2倍に拡大したもので，次の図のようになる。　周期は　$2\pi\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\pi$



(2) このグラフは，$y=\sin\theta$ のグラフを，y軸方向に1だけ平行移動したもので，次の図のようになる。周期は　2π



(3) このグラフは，$y=\cos\theta$ のグラフとθ軸に関して対称で，次の図のようになる。周期は　2π

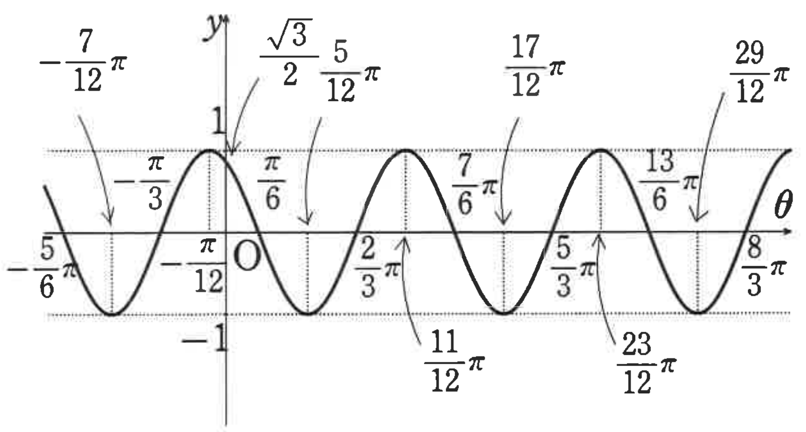


5 次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。

(1) $y=\sin 2\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$　　(2) $y=\cos\left(3\theta-\frac{\pi}{2}\right)$　　(3) $y=\tan\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{3}\right)$

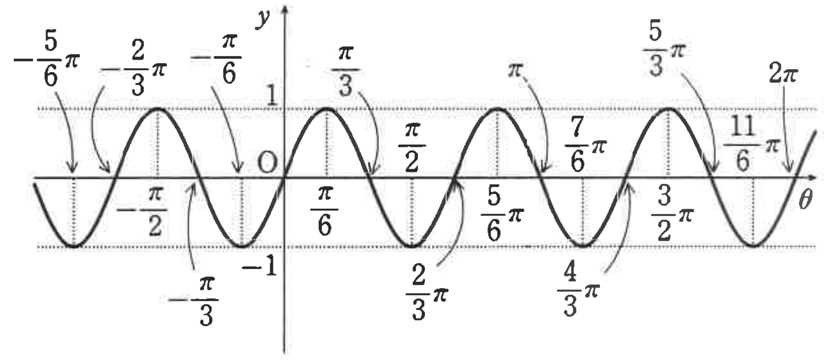
解説

(1) このグラフは，$y=\sin 2\theta$ のグラフを，θ軸方向に$-\frac{\pi}{3}$だけ平行移動したもので，次の図のようになる。　周期は $\sin 2\theta$ の周期に等しく　$2\pi\times\frac{1}{2}=\pi$



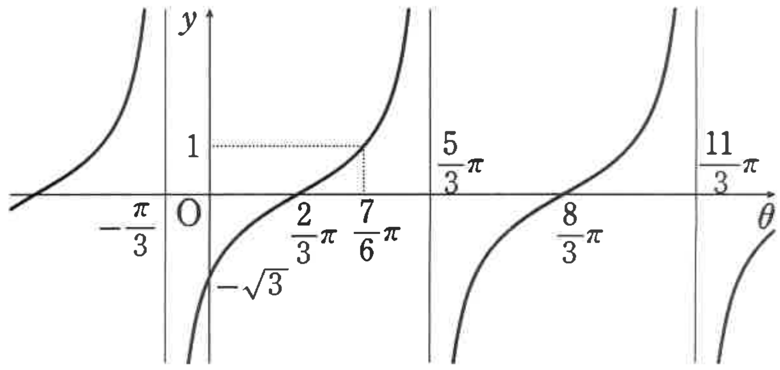
(2) $\cos\left(3\theta-\frac{\pi}{2}\right)=\cos 3\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$ であるから，このグラフは，$y=\cos 3\theta$ のグラフを，θ軸方向に$\frac{\pi}{6}$だけ平行移動したもので，次の図のようになる。

周期は $\cos 3\theta$ の周期に等しく　$2\pi\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\pi$



(3) $\tan\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=\tan\frac{1}{2}\left(\theta-\frac{2}{3}\pi\right)$ であるから，このグラフは，$y=\tan\frac{\theta}{2}$ のグラフを，θ軸方向に$\frac{2}{3}\pi$だけ平行移動したもので，次の図のようになる。

周期は $\tan\frac{\theta}{2}$ の周期に等しく　$\pi\times 2=2\pi$



6 次の値を求めよ。

(1) $\sin\frac{21}{4}\pi$　　(2) $\cos\left(-\frac{11}{3}\pi\right)$

解説

(1) $\sin\frac{21}{4}\pi=\sin\left(\frac{5}{4}\pi+4\pi\right)=\sin\frac{5}{4}\pi=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)=-\sin\frac{\pi}{4}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\cos\left(-\frac{11}{3}\pi\right)=\cos\frac{11}{3}\pi=\cos\left(\frac{5}{3}\pi+2\pi\right)=\cos\frac{5}{3}\pi=\cos\left(\frac{2}{3}\pi+\pi\right)$

$=-\cos\frac{2}{3}\pi=\frac{1}{2}$　別解　$\cos\left(-\frac{11}{3}\pi\right)=\cos\left(-\frac{11}{3}\pi+4\pi\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

7 次の関数のうち，そのグラフがy軸に関して対称なもの(偶関数)を選べ。また，原点に関して対称なもの(奇関数)を選べ。

① $y=3\sin x$　　② $y=2\cos x$　　③ $y=5\tan x$
④ $y=\sin x+2$　　⑤ $y=-\cos 3x$　　⑥ $y=\tan 4x$

解説

① $f(x)=3\sin x$ とおくと　$f(-x)=3\sin(-x)=-3\sin x=-f(x)$
よって，関数 $y=3\sin x$ のグラフは，原点に関して対称である。

② $f(x)=2\cos x$ とおくと　$f(-x)=2\cos(-x)=2\cos x=f(x)$
よって，関数 $y=2\cos x$ のグラフは，y軸に関して対称である。

③ $f(x)=5\tan x$ とおくと　$f(-x)=5\tan(-x)=-5\tan x=-f(x)$
よって，関数 $y=5\tan x$ のグラフは，原点に関して対称である。

④ $f(x)=\sin x+2$ とおくと　$f(-x)=\sin(-x)+2=-\sin x+2$
よって，関数 $y=\sin x+2$ のグラフは，どちらでもない。

⑤ $f(x)=-\cos 3x$ とおくと　$f(-x)=-\cos 3(-x)$
$=-\cos(-3x)=-\cos 3x=f(x)$
よって，関数 $y=-\cos 3x$ のグラフは，y軸に関して対称である。

⑥ $f(x)=\tan 4x$ とおくと　$f(-x)=\tan 4(-x)=\tan(-4x)$
$=-\tan 4x=-f(x)$
よって，関数 $y=\tan 4x$ のグラフは，原点に関して対称である。

したがって，グラフが
y軸に関して対称なものは　②，⑤　原点に関して対称なものは　①，③，⑥

8 次の式の値を求めよ。

(1) $\cos(\theta+\pi)-\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)+\cos(\theta+2\pi)+\sin(-\theta)$

(2) $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\cos\left(\theta+\dfrac{3}{2}\pi\right)$

解説

(1) $\cos(\theta+\pi)=-\cos\theta$　$\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta$　$\cos(\theta+2\pi)=\cos\theta$

$\sin(-\theta)=-\sin\theta$　したがって

与式$=-\cos\theta-(-\sin\theta)+\cos\theta-\sin\theta=0$

(2) $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\theta$　$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$　$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

$\cos\left(\theta+\dfrac{3}{2}\pi\right)=\cos\left\{\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)+\pi\right\}=-\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=-(-\sin\theta)=\sin\theta$

よって　与式$=\cos\theta\cdot\cos\theta+\sin\theta\cdot\sin\theta=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

参考　三角関数についても，数学Ⅰで学んだものと同じ次の公式が成り立つ。

$$\begin{cases}\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta\\ \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta\\ \tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\dfrac{1}{\tan\theta}\end{cases}$$

9 $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を解け。また，θ の範囲に制限がないときの解を求めよ。

(1) $\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2) $\cos\theta=\dfrac{1}{2}$　　(3) $\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

解説

(1) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，図から　$\theta=\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{3}{4}\pi$

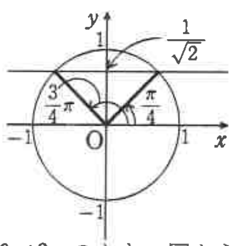
θ の範囲に制限がないときの解は　$\theta=\dfrac{\pi}{4}+2n\pi,\ \dfrac{3}{4}\pi+2n\pi$　（n は整数）

(2) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，図から　$\theta=\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{5}{3}\pi$

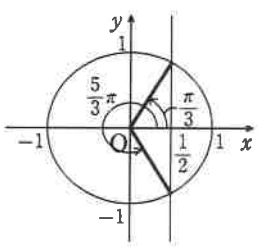
θ の範囲に制限がないときの解は　$\theta=\dfrac{\pi}{3}+2n\pi,\ \dfrac{5}{3}\pi+2n\pi$　（n は整数）

参考　θ の範囲に制限がないときの解は，$\theta=\pm\dfrac{\pi}{3}+2n\pi$（$n$ は整数）と表すこともできる。

(1)



(2)

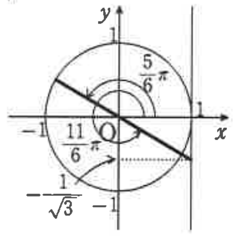


(3) $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，図から

$\theta=\dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{11}{6}\pi$

θ の範囲に制限がないときの解は

$\theta=\dfrac{5}{6}\pi+n\pi$　（n は整数）



10 $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の不等式を解け。

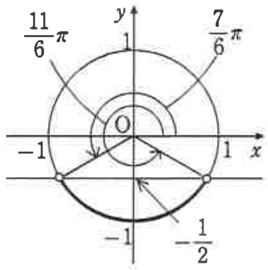
(1) $\sin\theta<-\dfrac{1}{2}$　　(2) $\cos\theta\geqq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(3) $\tan\theta\geqq\sqrt{3}$

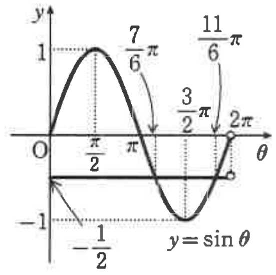
解説

単位円またはグラフを利用する。

(1) $0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で，$\sin\theta=-\dfrac{1}{2}$ となる θ は　$\theta=\dfrac{7}{6}\pi,\ \dfrac{11}{6}\pi$

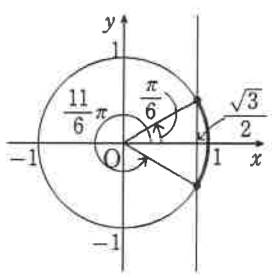
よって，不等式の解は，図から　$\dfrac{7}{6}\pi<\theta<\dfrac{11}{6}\pi$

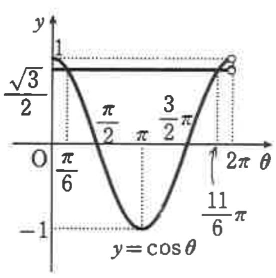




(2) $0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で，$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となる θ は　$\theta=\dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{11}{6}\pi$

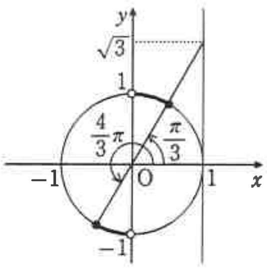
よって，不等式の解は，図から　$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{11}{6}\pi\leqq\theta<2\pi$

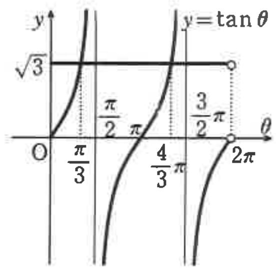




(3) $0\leqq\theta<2\pi$ の範囲で，$\tan\theta=\sqrt{3}$ となる θ は　$\theta=\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{4}{3}\pi$

よって，不等式の解は，図から　$\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta<\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{4}{3}\pi\leqq\theta<\dfrac{3}{2}\pi$





在宅教育　確認プリント２　３年生　解法数学ⅡＢ　課題②③の後に解答　３年６組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　)

11 $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$　　(2) $\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) > 1$　　(4) $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) \leqq -\frac{1}{2}$

解説

(1) $\theta - \frac{\pi}{3} = t$ とおくと　$\sin t = -\frac{1}{2}$　……①

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$-\frac{\pi}{3} \leqq \theta - \frac{\pi}{3} < 2\pi - \frac{\pi}{3}$

すなわち　$-\frac{\pi}{3} \leqq t < \frac{5}{3}\pi$

この範囲で，① を解くと　$t = -\frac{\pi}{6},\ \frac{7}{6}\pi$

すなわち　$\theta - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6},\ \frac{7}{6}\pi$　　よって　$\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{3}{2}\pi$

(2) $2\theta + \frac{\pi}{3} = t$ とおくと　$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$　……①

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$\frac{\pi}{3} \leqq 2\theta + \frac{\pi}{3} < 2 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{3}$

すなわち　$\frac{\pi}{3} \leqq t < \frac{13}{3}\pi$

この範囲で，① を解くと　$t = \frac{11}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi,\ \frac{23}{6}\pi,\ \frac{25}{6}\pi$

すなわち　$2\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{11}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi,\ \frac{23}{6}\pi,\ \frac{25}{6}\pi$

よって　$\theta = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{11}{12}\pi,\ \frac{7}{4}\pi,\ \frac{23}{12}\pi$

(3) $\theta - \frac{\pi}{6} = t$ とおくと　$\tan t > 1$　……①

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$-\frac{\pi}{6} \leqq \theta - \frac{\pi}{6} < 2\pi - \frac{\pi}{6}$

すなわち　$-\frac{\pi}{6} \leqq t < \frac{11}{6}\pi$

この範囲で，① を解くと　$\frac{\pi}{4} < t < \frac{\pi}{2},\ \frac{5}{4}\pi < t < \frac{3}{2}\pi$

すなわち　$\frac{\pi}{4} < \theta - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2},\ \frac{5}{4}\pi < \theta - \frac{\pi}{6} < \frac{3}{2}\pi$

よって　$\frac{5}{12}\pi < \theta < \frac{2}{3}\pi,\ \frac{17}{12}\pi < \theta < \frac{5}{3}\pi$

(4) $2\theta + \frac{\pi}{6} = t$ とおくと　$\sin t \leqq -\frac{1}{2}$　……①

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき　$\frac{\pi}{6} \leqq 2\theta + \frac{\pi}{6} < 2 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{6}$

すなわち　$\frac{\pi}{6} \leqq t < \frac{25}{6}\pi$

この範囲で，① を解くと　$\frac{7}{6}\pi \leqq t \leqq \frac{11}{6}\pi,\ \frac{19}{6}\pi \leqq t \leqq \frac{23}{6}\pi$

すなわち　$\frac{7}{6}\pi \leqq 2\theta + \frac{\pi}{6} \leqq \frac{11}{6}\pi,\ \frac{19}{6}\pi \leqq 2\theta + \frac{\pi}{6} \leqq \frac{23}{6}\pi$

よって　$\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \frac{5}{6}\pi,\ \frac{3}{2}\pi \leqq \theta \leqq \frac{11}{6}\pi$

12 $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1) $(\sin\theta - 1)(2\sin\theta + \sqrt{3}) = 0$　　(2) $2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 = 0$

(3) $(\cos\theta + 2)(2\cos\theta - \sqrt{2}) > 0$　　(4) $2\sin^2\theta - 3\sin\theta - 2 > 0$

解説

(1) 与式から　$\sin\theta = 1,\ -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，$\sin\theta = 1$ を解くと　$\theta = \frac{\pi}{2}$

$\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ を解くと　$\theta = \frac{4}{3}\pi,\ \frac{5}{3}\pi$

したがって，解は　$\theta = \frac{\pi}{2},\ \frac{4}{3}\pi,\ \frac{5}{3}\pi$

(2) 与式から　$(\cos\theta - 1)(2\cos\theta + 1) = 0$

よって　$\cos\theta = 1,\ -\frac{1}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，$\cos\theta = 1$ を解くと　$\theta = 0$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ を解くと　$\theta = \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi$

したがって，解は　$\theta = 0,\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi$

(3) $\cos\theta + 2 > 0$　よって，与式から　$2\cos\theta - \sqrt{2} > 0$

したがって　$\cos\theta > \frac{\sqrt{2}}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で解くと　$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi < \theta < 2\pi$

(4) 与式から　$(\sin\theta - 2)(2\sin\theta + 1) > 0$

$\sin\theta - 2 < 0$ であるから　$2\sin\theta + 1 < 0$

よって　$\sin\theta < -\frac{1}{2}$　$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で解くと　$\frac{7}{6}\pi < \theta < \frac{11}{6}\pi$

13 $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1) $\sin^2\theta + \cos\theta = 1$　　(2) $3\sin\theta - 2\cos^2\theta = 0$

(3) $5\cos\theta + 2\sin^2\theta \geqq -1$　　(4) $\sin^2\theta - \cos^2\theta + \sin\theta < 0$

解説

(1) 与式から　$(1 - \cos^2\theta) + \cos\theta = 1$

整理して　$\cos^2\theta - \cos\theta = 0$

ゆえに　$\cos\theta(\cos\theta - 1) = 0$

よって　$\cos\theta = 0,\ 1$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で，

$\cos\theta = 0$ を解くと　$\theta = \frac{\pi}{2},\ \frac{3}{2}\pi$

$\cos\theta = 1$ を解くと　$\theta = 0$　したがって，解は　$\theta = 0,\ \frac{\pi}{2},\ \frac{3}{2}\pi$

(2) 与式から　$3\sin\theta - 2(1 - \sin^2\theta) = 0$

整理して　$2\sin^2\theta + 3\sin\theta - 2 = 0$

ゆえに　$(\sin\theta + 2)(2\sin\theta - 1) = 0$

$\sin\theta + 2 \neq 0$ であるから　$2\sin\theta - 1 = 0$

よって　$\sin\theta = \frac{1}{2}$　$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で解くと　$\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$

(3) 与式から　$5\cos\theta + 2(1 - \cos^2\theta) \geqq -1$

整理して　$2\cos^2\theta - 5\cos\theta - 3 \leqq 0$

ゆえに　$(\cos\theta - 3)(2\cos\theta + 1) \leqq 0$

$\cos\theta - 3 < 0$ であるから　$2\cos\theta + 1 \geqq 0$

よって $\cos\theta \geqq -\frac{1}{2}$　$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で解くと　$0 \leqq \theta \leqq \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi \leqq \theta < 2\pi$

(4) 与式から　$\sin^2\theta - (1 - \sin^2\theta) + \sin\theta < 0$

整理して　$2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 < 0$

ゆえに　$(\sin\theta + 1)(2\sin\theta - 1) < 0$　よって　$-1 < \sin\theta < \frac{1}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で解くと　$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi,\ \frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$

14 自己評価５～１で記入。５を最高評価とする。

（１）計画的に取り組めた。 $\boxed{}$

（２）興味を持って取り組めた。 $\boxed{}$