$\boxed{1}$ 次のような△ABCの面積 S を求めよ。

(1)　$b=3$，$c=7$，$A=45°$

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 7\sin 45°$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 7\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{21\sqrt{2}}{4}$$

(2)　$a=2$，$c=3$，$B=150°$

$$S=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sin 150°$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

$\boxed{2}$ $a=3$，$b=2$，$c=\sqrt{10}$ である△ABCの $\cos C$ の値と面積 S を求めよ。

余弦定理により

$$\cos C=\frac{3^2+2^2-(\sqrt{10})^2}{2\cdot 3\cdot 2}=\frac{1}{4}$$

$\sin C>0$ であるから

$$\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$$

よって　$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$

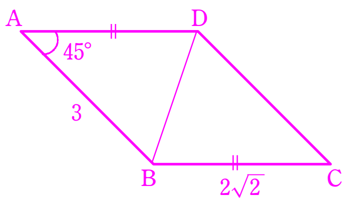
$\boxed{3}$ $\angle A=45°$，$AB=3$，$BC=2\sqrt{2}$ の平行四辺形ABCDの面積 S を求めよ。

AD＝BCであるから

$AD=2\sqrt{2}$

したがって

$$S=2\times\triangle ABD$$
$$=2\times\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}\sin 45°$$
$$=2\times\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=6$$

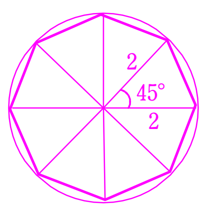


$\boxed{4}$ 半径2の円に内接する正八角形の面積 S を求めよ。

この正八角形は，右の図のように，8個の二等辺三角形に分けることができる。

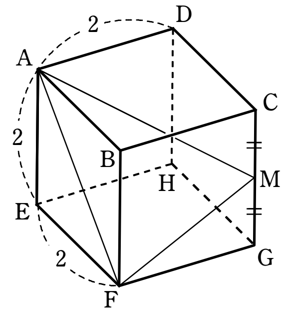
したがって　$S=8\times\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sin 45°$

$$=8\times\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}$$



$\boxed{5}$ 1辺の長さが2の立方体ABCD EFGHにおいて，辺CGの中点をMとする。

(1)　線分AF，AM，FMの長さを求めよ。



$AF=\sqrt{AE^2+EF^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

同様に　$AC=2\sqrt{2}$

よって $AM=\sqrt{AC^2+CM^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}$

$=\sqrt{9}=3$

また　$FM=\sqrt{FG^2+MG^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

(2)　∠FAMの大きさを求めよ。

△AFMに余弦定理を使うと

$$\cos\angle FAM=\frac{AF^2+AM^2-FM^2}{2AF\cdot AM}$$
$$=\frac{(2\sqrt{2})^2+3^2-(\sqrt{5})^2}{2\cdot 2\sqrt{2}\cdot 3}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

したがって　$\angle FAM=45°$

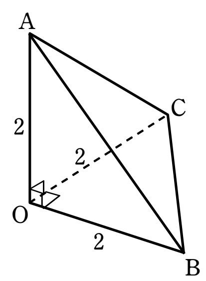
(3)　△AFMの面積を求めよ。

△AFMの面積を S とすると

$$S=\frac{1}{2}AF\cdot AM\sin\angle FAM$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot 3\sin 45°$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot 3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=3$$

$\boxed{6}$ 右の図のような四面体OABCがあり，3辺OA，OB，OCはともに長さ2で互いに垂直である。

(1)　△ABCの面積 S を求めよ。



△ABCは1辺の長さが $2\sqrt{2}$ の正三角形である。

したがって　$S=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}\sin 60°=2\sqrt{3}$

(2)　頂点Oから底面ABCへ下ろした垂線OHの長さを求めよ。

四面体OABCの体積 V を求めると

$$V=\frac{1}{3}\triangle OBC\cdot OA=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\right)\cdot 2=\frac{4}{3}$$

また，$V=\frac{1}{3}\triangle ABC\cdot OH$ であるから

$$OH=\frac{3V}{S}=3\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$