$\boxed{1}$ △ABCにおいて，外接円の半径を R とする。次のものを求めよ。

(1)　$a=5\sqrt{3}$，$A=150°$ のとき　R

正弦定理により　$\dfrac{5\sqrt{3}}{\sin 150°}=2R$

よって　$R=\dfrac{1}{2}\cdot 5\sqrt{3}\cdot\dfrac{2}{1}=5\sqrt{3}$

(2)　$b=5$，$R=5$ のとき　B

正弦定理により　$\dfrac{5}{\sin B}=2\cdot 5$

よって　$\sin B=\dfrac{5}{2\cdot 5}=\dfrac{1}{2}$

したがって　$B=30°$，$150°$

(3)　$a=\sqrt{2}$，$A=45°$，$B=120°$ のとき　b

正弦定理により　$\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 45°}=\dfrac{b}{\sin 120°}$

よって　$b=\sqrt{2}\cdot\sin 120°\cdot\dfrac{1}{\sin 45°}$

$=\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{3}$

(4)　$b=15$，$c=15\sqrt{3}$，$B=30°$ のとき　C

正弦定理により　$\dfrac{15}{\sin 30°}=\dfrac{15\sqrt{3}}{\sin C}$

よって　$\sin C=\dfrac{15\sqrt{3}}{15}\cdot\sin 30°$

$=\dfrac{15\sqrt{3}}{15}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$B=30°$ より $0°<C<150°$ であるから　$C=60°$，$120°$

$\boxed{2}$ △ABCにおいて，次のものを求めよ。

(1)　$a=6$，$c=4$，$B=60°$ のとき　b

余弦定理により

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$=4^2+6^2-2\cdot 4\cdot 6\cos 60°=28$

$b>0$ であるから　$b=2\sqrt{7}$

(2)　$a=13$，$b=7$，$c=15$ のとき　A

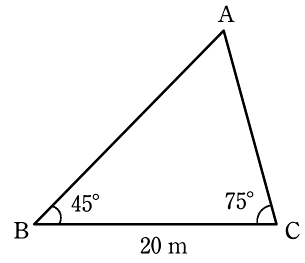
余弦定理により

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{7^2+15^2-13^2}{2\cdot 7\cdot 15}$

$=\dfrac{105}{2\cdot 7\cdot 15}=\dfrac{1}{2}$

よって　$A=60°$

$\boxed{3}$ 川のこちら岸の 20 m 離れた 2 地点 B，C から，川の向こう岸の地点 A を見ると，∠ABC＝45°，∠ACB＝75° であった。A，C 間の距離を求めよ。



$A=180°-(45°+75°)=60°$

△ABCにおいて，正弦定理を使うと

$\dfrac{\mathrm{AC}}{\sin 45°}=\dfrac{20}{\sin 60°}$

よって　$\mathrm{AC}=\dfrac{20\sin 45°}{\sin 60°}=20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{20\sqrt{6}}{3}$ (m)

$\boxed{4}$ △ABCの 3 辺の長さが次のようなとき，角 A は鋭角，直角，鈍角のいずれであるかを調べよ。

(1)　$a=7$，$b=5$，$c=4$

$a^2=49$，$b^2=25$，$c^2=16$ から　$b^2+c^2<a^2$

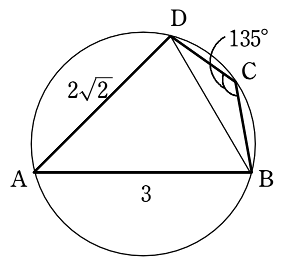
よって　A は鈍角

(2)　$a=3$，$b=2$，$c=\sqrt{7}$

$a^2=9$，$b^2=4$，$c^2=7$ から　$b^2+c^2>a^2$

よって　A は鋭角

$\boxed{5}$ 右の図のような円に内接する四角形 ABCD において，AB＝3，AD＝$2\sqrt{2}$，∠BCD＝135° のとき，次のものを求めよ。



(1)　対角線 BD の長さ

四角形 ABCD は円に内接しているから

∠BAD＋∠BCD＝180°

よって　∠BAD＝180°－∠BCD

＝180°－135°＝45°

ゆえに，△ABD において，余弦定理により

$\mathrm{BD}^2=(2\sqrt{2})^2+3^2-2\cdot 2\sqrt{2}\cdot 3\cdot\cos 45°$

$=8+9-12\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=5$

$\mathrm{BD}>0$ であるから　$\mathrm{BD}=\sqrt{5}$

(2)　円の半径 R

△ABD において，正弦定理により

$\dfrac{\sqrt{5}}{\sin 45°}=2R$

よって　$R=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{1}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$