

① $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とする。 $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 6, 8\}$

とするとき、次の個数を求めよ。

- (1) $n(U)$ (2) $n(A)$ (3) $n(B)$
 (4) $n(\overline{A})$ (5) $n(\overline{B})$ (6) $n(A \cup B)$
 (7) $n(A \cap B)$ (8) $n(\overline{A \cup B})$ (9) $n(A \cap \overline{B})$

解説

(1) $n(U) = 9$ (2) $n(A) = 4$ (3) $n(B) = 3$

(4) $\overline{A} = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ よって $n(\overline{A}) = 5$

(5) $\overline{B} = \{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$ よって $n(\overline{B}) = 6$

(6) $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$

よって $n(A \cup B) = 6$

(7) $A \cap B = \{2\}$ よって $n(A \cap B) = 1$

(8) $\overline{A \cup B} = \{1, 4, 9\}$ よって $n(\overline{A \cup B}) = 3$

(9) $A \cap \overline{B} = \{3, 5, 7\}$ よって $n(A \cap \overline{B}) = 3$

② 全体集合 U とその部分集合 A, B について、 $n(U) = 60$, $n(A) = 30$, $n(B) = 16$, $n(A \cap B) = 9$ であるとき、次の個数を求めよ。

- (1) $n(A \cup B)$ (2) $n(\overline{A})$ (3) $n(\overline{B})$
 (4) $n(\overline{A \cup B})$ (5) $n(\overline{A \cup B})$ (6) $n(\overline{A \cap B})$

解説

(1) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 30 + 16 - 9 = 37$

(2) $n(\overline{A}) = n(U) - n(A) = 60 - 30 = 30$

(3) $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 60 - 16 = 44$

(4) $n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 60 - 37 = 23$

(5) $n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A}) + n(\overline{B}) - n(\overline{A \cap B})$
 $= n(\overline{A}) + n(\overline{B}) - n(\overline{A \cup B}) = 30 + 44 - 23 = 51$

別解 $n(\overline{A \cup B}) = n(A \cap \overline{B}) + n(\overline{A} \cap B) = 60 - 9 = 51$

(6) $n(\overline{A \cap B}) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 9 = 7$

③ 100 以下の自然数のうち、次のような数の個数を求めよ。

- (1) 2 の倍数 (2) 5 の倍数

- (3) 2 の倍数かつ 5 の倍数

解説

100 以下の自然数全体の集合を U とし、 U の部分集合で、2 の倍数全体の集合を A 、5 の倍数全体の集合を B とする。このとき $A = \{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, \dots, 2 \cdot 50\}$, $B = \{5 \cdot 1, 5 \cdot 2, \dots, 5 \cdot 20\}$

(1) $n(A) = 50$ (個) (2) $n(B) = 20$ (個)

(3) 求めるのは $n(A \cap B)$ である。

$A \cap B = \{10 \cdot 1, 10 \cdot 2, \dots, 10 \cdot 10\}$ よって $n(A \cap B) = 10$ (個)

④ 100 以下の自然数のうち、次のような数の個数を求めよ。

- (1) 4 の倍数 (2) 4 の倍数でない数

- (3) 7 の倍数でない数

解説

100 以下の自然数全体の集合を U とし、 U の部分集合で、4 の倍数全体の集合を A 、7 の倍数全体の集合を B とする。

(1) $A = \{4 \cdot 1, 4 \cdot 2, \dots, 4 \cdot 25\}$ であるから $n(A) = 25$ (個)

(2) 求めるのは $n(\overline{A})$ である。

$n(\overline{A}) = n(U) - n(A) = 100 - 25 = 75$ (個)

(3) $B = \{7 \cdot 1, 7 \cdot 2, \dots, 7 \cdot 14\}$ であるから $n(B) = 14$

求めるのは $n(\overline{B})$ である。 $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 100 - 14 = 86$ (個)

⑤ 全体集合 U を 1 桁の自然数全体の集合とし、 U の部分集合 A, B を $A = \{1, 3, 7, 9\}$,

$B = \{3, 6, 7\}$ とする。このとき、次の個数を求めよ。

- (1) $n(A)$ (2) $n(\overline{B})$
 (3) $n(A \cap B)$ (4) $n(A \cup B)$
 (5) $n(\overline{A \cup B})$ (6) $n(A \cap \overline{B})$

解説

(1) $n(A) = 4$

(2) $n(U) = 9$, $n(B) = 3$ であるから $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 9 - 3 = 6$

(3) $A \cap B = \{3, 7\}$ であるから $n(A \cap B) = 2$

(4) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 3 - 2 = 5$

(5) $n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 9 - 5 = 4$

(6) $\overline{B} = \{1, 2, 4, 5, 8, 9\}$ であるから

$A \cap \overline{B} = \{1, 9\}$ よって $n(A \cap \overline{B}) = 2$

別解 右の図から

$n(A \cap \overline{B}) = n(A) - n(A \cap B) = 4 - 2 = 2$

⑥ 全体集合 U とその部分集合 A, B について、 $n(U) = 60$, $n(A) = 32$, $n(B) = 25$, $n(A \cap B) = 17$ であるとき、次の集合の要素の個数を求めよ。

- (1) \overline{A} (2) $\overline{A \cap B}$

(3) $A \cup B$

(4) $\overline{A \cap B}$

(5) $\overline{A \cup B}$

解説

(1) $n(\overline{A}) = n(U) - n(A) = 60 - 32 = 28$

(2) $n(\overline{A \cap B}) = n(U) - n(A \cap B) = 60 - 17 = 43$

(3) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 32 + 25 - 17 = 40$

(4) $n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 60 - 40 = 20$

(5) $n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A \cap B})$ よって、(2) から $n(\overline{A \cup B}) = 43$

⑦ 150 以下の自然数のうち、次のような数は何個あるか。

- (1) 5 の倍数 (2) 5 の倍数でない数

- (3) 2 の倍数かつ 5 の倍数 (4) 2 の倍数または 5 の倍数

解説

150 以下の自然数全体の集合を U とし、 U の部分集合で、5 の倍数全体の集合を A 、2 の倍数全体の集合を B とすると

$A = \{5 \cdot 1, 5 \cdot 2, \dots, 5 \cdot 30\}$ $B = \{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, \dots, 2 \cdot 75\}$

(1) $n(A) = 30$ (個)

(2) 求めるのは $n(\overline{A})$ である。

$n(\overline{A}) = n(U) - n(A) = 150 - 30 = 120$ (個)

(3) 求めるのは $n(A \cap B)$ である。

$A \cap B = \{10 \cdot 1, 10 \cdot 2, \dots, 10 \cdot 15\}$ よって $n(A \cap B) = 15$ (個)

(4) 求めるのは $n(A \cup B)$ である。

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 75 - 15 = 90$ (個)

⑧ 自己評価 5 ~ 1 で記入。5 を最高評価とする。

(1) 計画的に取り組めた。

(2) 興味を持って取り組めた。

注：プリントはノートに貼ること。HP掲載の解答の解答で確認すること。