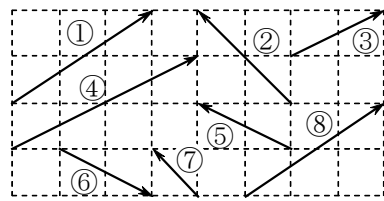


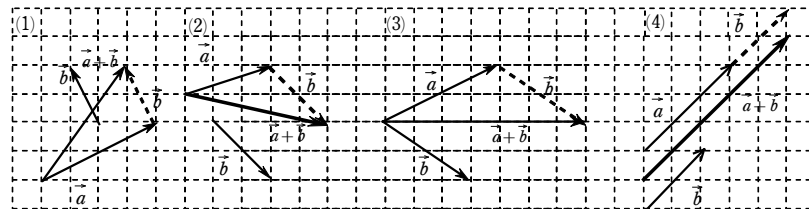
練習1

右の図に示されたベクトルについて、次のようなベクトルの番号の組をすべてあげよ。



- (1) 大きさが等しいベクトル
①と⑧, ③と⑤と⑥
- (2) 向きが同じベクトル
①と⑧, ②と⑦, ③と④
- (3) 等しいベクトル ①と⑧
- (4) 互いに逆ベクトル ⑤と⑥

練習2 次のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} + \vec{b}$ をそれぞれ図示せよ。



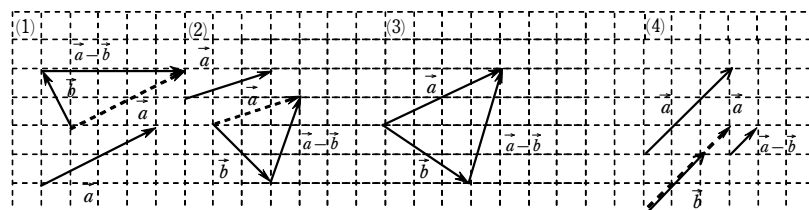
練習3 次の等式が成り立つことを示せ。

$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{CA} &= \vec{CD} \\ \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{CA} &= (\vec{AB} + \vec{BD}) + \vec{CA} = \vec{AD} + \vec{CA} \\ &= \vec{CA} + \vec{AD} \\ &= \vec{CD} \end{aligned}$$

練習4 次の等式が成り立つことを示せ。

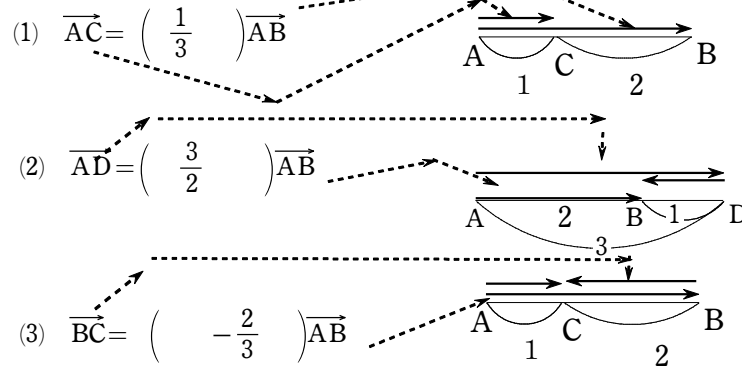
$$\begin{aligned} \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} &= \vec{0} \\ \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} &= (\vec{AB} + \vec{BC}) + \vec{CA} \\ &= \vec{AC} + \vec{CA} \\ &= \vec{AA} = \vec{0} \end{aligned}$$

練習5 練習2のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, $\vec{a} - \vec{b}$ をそれぞれ図示せよ。

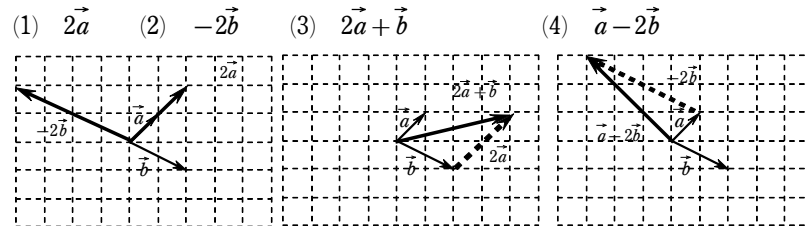


2つの始点を合わせ、ベクトルの $\vec{a} - \vec{b}$ は、 \vec{b} の終点から始めて \vec{a} の終点までのベクトルである。または、 \vec{a} に $-\vec{b}$ (\vec{b} の逆ベクトル (始点と終点を逆にする)) を加えると考えてもよい。

練習6 例3の4点 A, B, C, D について, 次の () に適する実数を求めよ。



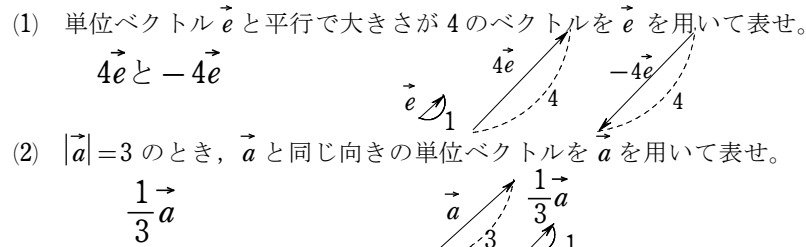
練習7 図のベクトル \vec{a} , \vec{b} について, 次のベクトルを図示せよ。



練習8 次の計算をせよ。

$$\begin{aligned} (1) \vec{a} + 3\vec{a} - 2\vec{a} &= (1+3-2)\vec{a} = 2\vec{a} \\ (2) 3\vec{a} + 7\vec{b} - 5\vec{a} - 2\vec{b} &= (3-5)\vec{a} + (7-2)\vec{b} = -2\vec{a} + 5\vec{b} \\ (3) 3(2\vec{a} + \vec{b}) + 4(\vec{a} - 2\vec{b}) &= 6\vec{a} + 3\vec{b} + 4\vec{a} - 8\vec{b} \\ &= (6+4)\vec{a} + (3-8)\vec{b} = 10\vec{a} - 5\vec{b} \\ (4) 2(\vec{a} - 3\vec{b}) - 3(3\vec{a} - 2\vec{b}) &= 2\vec{a} - 6\vec{b} - 9\vec{a} + 6\vec{b} \\ &= (2-9)\vec{a} + (-6+6)\vec{b} = -7\vec{a} \end{aligned}$$

練習9 次の問いに答えよ。

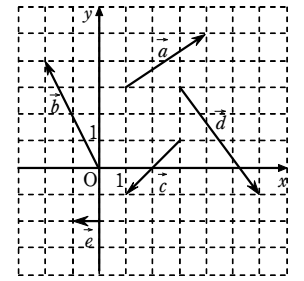


練習10 応用例題1において, 次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

$$\begin{aligned} (1) \vec{AC} &= \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{BO} + \vec{OC} \\ &= \vec{a} + \vec{b} + \vec{a} = 2\vec{a} + \vec{b} \\ \text{別解 } \vec{AC} &= \vec{AF} + \vec{FC} = \vec{b} + 2\vec{a} = 2\vec{a} + \vec{b} \\ (2) \vec{EF} &= \vec{EO} + \vec{OF} = -\vec{b} + (-\vec{a}) = -\vec{a} - \vec{b} \\ (3) \vec{DB} &= \vec{DC} + \vec{CB} = \vec{DC} + \vec{CO} + \vec{OB} = -\vec{b} - \vec{a} - \vec{b} = -\vec{a} - 2\vec{b} \\ \text{別解 } \vec{DB} &= \vec{DE} + \vec{EB} = -\vec{a} + (-2\vec{b}) = -\vec{a} - 2\vec{b} \end{aligned}$$

練習11 右の図のベクトル \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} , \vec{e} を, それぞれ成分表示せよ。また, 各ベクトルの大きさを求めよ。

$$\begin{aligned} \vec{b} &= (-2, 4) & \vec{c} &= (-2, -2) \\ \vec{d} &= (3, -4) & \vec{e} &= (-1, 0) \\ |\vec{b}| &= \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ |\vec{c}| &= \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$



$$|\vec{d}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5 \quad |\vec{e}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = 1$$

練習12 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (-4, 2)$ のとき, 次のベクトルを成分表示せよ。

$$\begin{aligned} (1) 2\vec{a} &= 2(3, -1) = (6, -2) \\ (2) -\vec{b} &= -(-4, 2) = (4, -2) \\ (3) \frac{1}{4}\vec{b} &= \frac{1}{4}(-4, 2) = (-1, \frac{1}{2}) \\ (4) 3\vec{a} + 2\vec{b} &= 3(3, -1) + 2(-4, 2) = (9, -3) + (-8, 4) = (1, 1) \\ (5) 4\vec{a} - 3\vec{b} &= 4(3, -1) - 3(-4, 2) = (12, -4) - (-12, 6) = (24, -10) \\ (6) 2(-3\vec{a} + \vec{b}) &= -6\vec{a} + 2\vec{b} = -6(3, -1) + 2(-4, 2) = (-18, 6) + (-8, 4) = (-26, 10) \end{aligned}$$

練習13 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-1, 3)$ とする。 $\vec{c} = (8, -3)$ を, 適当な実数 s, t を用いて $s\vec{a} + t\vec{b}$ の形に表せ。

$$\begin{aligned} s\vec{a} + t\vec{b} &= s(2, 1) + t(-1, 3) = (2s - t, s + 3t) \text{ であるから,} \\ \vec{c} &= s\vec{a} + t\vec{b} \text{ とすると} \\ (8, -3) &= (2s - t, s + 3t) \\ \text{よって } 2s - t &= 8 \cdots \text{①, } s + 3t = -3 \cdots \text{②} \\ \text{①} - \text{②} \times 2 & \quad 2s - t = 8 \\ & \quad -) 2s + 6t = -6 \\ & \quad \quad -7t = 14 \quad t = -2 \\ \text{①へ代入 } 2s + 2 &= 8 \quad 2s = 6 \quad s = 3 \\ & \quad s = 3, t = -2 \end{aligned}$$

したがって $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$