折り紙で折る円周率

坂本　悠
Sakamoto Yuu
奈良女子大学附属中等教育学校
【キーワード】折り紙，円周率，無理数

１．はじめに

折り紙を用いた、円周率πの折り方を様々な方法で考えた。今回はその方法を述べていく。

２．研究理由

以前の研究で$\sqrt{2}$から$\sqrt{8}$を折り紙で折る研究を行っており、他の無理数も折ることが可能なのではないかと考え、円周率πを折ろうと考えた。

３．方法

正４角形（正方形）→正８角形→正 16 角形のように、どんどん円に近づけていくことで周の長さを求める。このとき、直径を１とすることで、円周率と周の長さは等しくなる。

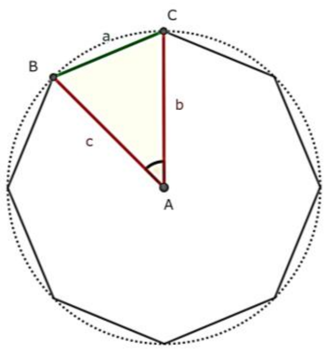

図１　仮定を図化したもの

４．結果

ある円の直径を１としたとき、その円に内接する正n角形において周の長さをL_nとする。

図１のような三角形 ABC において、仮定より、$b=c=\dfrac{1}{2}$, $\angle A=\dfrac{360°}{n}$である。

余弦定理より、

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2+c^2-2bc\cos A \\ &= \frac{1}{4}+\frac{1}{4}-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cos\frac{360°}{n} \\ &= \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\frac{360°}{n}=\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{360°}{n}\right) \end{aligned}$$

$a>0$より、$a=\sqrt{\dfrac{1}{2}\left(1-\cos\dfrac{360°}{n}\right)}$ なので、

$$L_n=n\sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{360°}{n}\right)}$$

円に近づけていくと、この長さL_nは$L=\pi$となるため、

$$\lim_{n\to\infty}L_n=\lim_{n\to\infty}n\sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{360°}{n}\right)}=\pi$$

が成り立つ。

５．まとめ

今回得られた式には$\cos\dfrac{360°}{n}$が含まれており、これにより計算を行うことが、困難になっている。

今後はこの$\cos\dfrac{360°}{n}$を使わない、または正確に計算を行う方法を考える必要がある。

使用ソフト

GeoGebra 幾何
https://www.geogebra.org/geometry?lang=ja