# 折り紙で折る円周率

奈良女子大学附属中等教育学校
3年　坂本　悠

## 研究内容

折り紙を用いた、円周率πの折り方を様々な方法で考えた。その方法を述べていく。

## 研究理由

以前の研究で$\sqrt{2}$から$\sqrt{8}$までを折り紙で折る研究を行っており、他の無理数も折ることが可能なのではないかと考え、円周率πを折ろうと考えた。

## 方法1

折り紙で割り算を折る方法を考えて、円周率を求める式を表す。

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots = \frac{\pi}{4}$$

…nに0から順に**無限**に数を代入していく

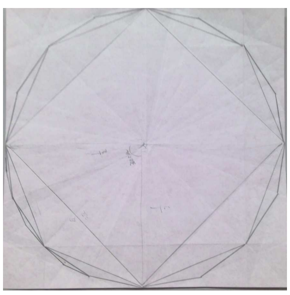
**結果**
折り紙で無限を折ることが困難であったため、断念。

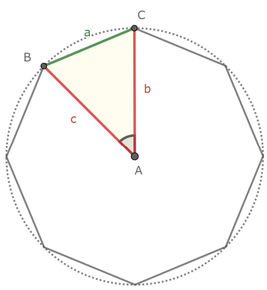
## 方法2

正4角形(正方形)→正8角形→正16角形のように、どんどん円に近づけていくことで周の長さを求める。
→直径を１とすることで、

**円周率＝周の長さ**

が成り立つ。






ある円の直径を1としたとき、その円に内接する正$n$角形において周の長さを$L$とする。
右図のような三角形ABCにおいて、

仮定より　　$b = c = \frac{1}{2}$ , $\angle A = \frac{360}{n}$

余弦定理より

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A \\ &= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos\frac{360}{n} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos\frac{360}{n}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{360}{n}\right) \end{aligned}$$

$a > 0$より

$$a = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{360}{n}\right)}$$

$$\therefore\ L = n\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{360}{n}\right)}$$

円に近づけていくとこの長さは$L = \pi$となるため、

$$\lim_{n\to\infty} n\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{360}{n}\right)} = \pi$$

が成り立つ。

## 今後の展望

今回できた式には$\cos\frac{360}{n}$が含まれており、これにより計算を行うことが、困難になっている。

今後はこの$\cos\frac{360}{n}$を使わない、または正確に計算を行う方法を考える必要がある。

## 使用ソフト

GeoGebra 幾何
https://www.geogebra.org/geometry?lang=ja