



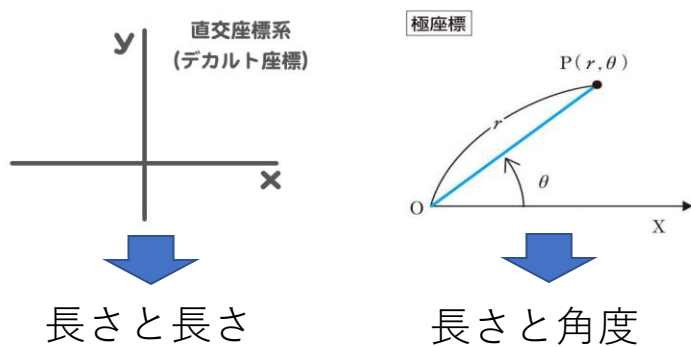
双極座標系に関する考察

Member : 岡田俊祐 Shunsuke Okada ,
棟朝ゆかり Yukari Munetomo

奈良県立奈良高等学校

指導教諭 : 山本晃弘、今西孝文

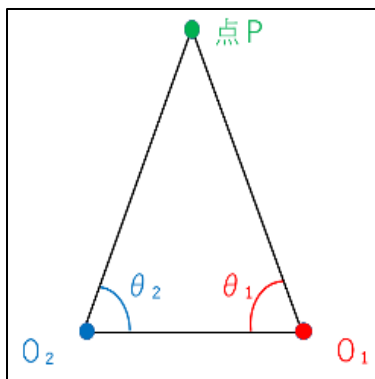
1. 研究背景



角度のみを使用した座標系
で既存の図形をあらわすと
どうなるのだろうか？

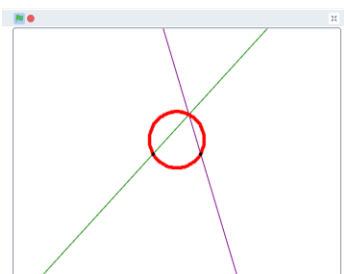
2. 双極座標系とは

平面上に2つの原点 O_1, O_2 を定め, 点 P の位置を O_1P と O_1O_2 のなす角 θ_1 , および O_2P と O_1O_2 のなす角 θ_2 で表す座標系のこと.



3. 方法

Scratchを用いて双極座標系におけるグラフを描画するプログラムを作成し、計算結果を視覚的に表すことで双極座標系における様々な図形と数式との関係性について調べた。

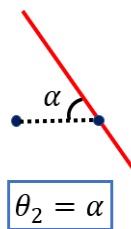
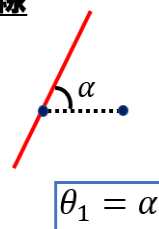


4. 結果

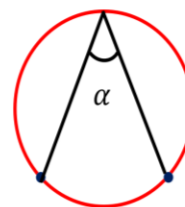
座標変換 (直交座標から)

$$\begin{cases} X = \frac{-\sin(\theta_1 + \theta_2)}{2\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ Y = \frac{\sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \end{cases}$$

直線



円



直角双曲線

$$\theta_1 - \theta_2 = \alpha$$

図は $\alpha = 90^\circ$ のとき $\alpha = 0^\circ$ のときのみ、グラフは極1と極2を結ぶ線分の垂直二等分線になる。

放物線

$$\frac{1}{\sin^2 \theta_1} - \frac{1}{\sin^2 \theta_2} = C$$

(Cは0以外の実数)

中点を通る

5. 考察と展望

限定的ではあるが、多くの二次曲線が簡単な方程式で表されたことから、この座標系は二次曲線を表現するのに適していると考えられる。今後は原点を通らない一般の位置の二次曲線の考察や、二点から行う天体の軌道の観測への応用を行っていきたい。

参考文献

- 1) 川中宣明 ほか13名「改訂版 数学Ⅲ」
- 2) 高校数学の美しい物語 直交座標と極座標 (2次元) の変換とメリットの比較 <https://manabitimes.jp/math/1067>