

# 揺動運動中におけるジャイロ発電の物理的対応力

Physical response of Gyroscopic Power Generation during rocking motion

西大和学園中学校・高等学校 高校2年 岩切瞭史朗 煙岡英樹 山崎祐一郎

## 1,はじめに

近年、情報機器の小型化、ユビキタスシステムにより環境発電 (energy harvesting) への意識が高まっている。

環境発電の一つとして日常にありふれた振動を用いた発電が挙げられ、その一つで比較的発電量が多いジャイロ発電に注目した。

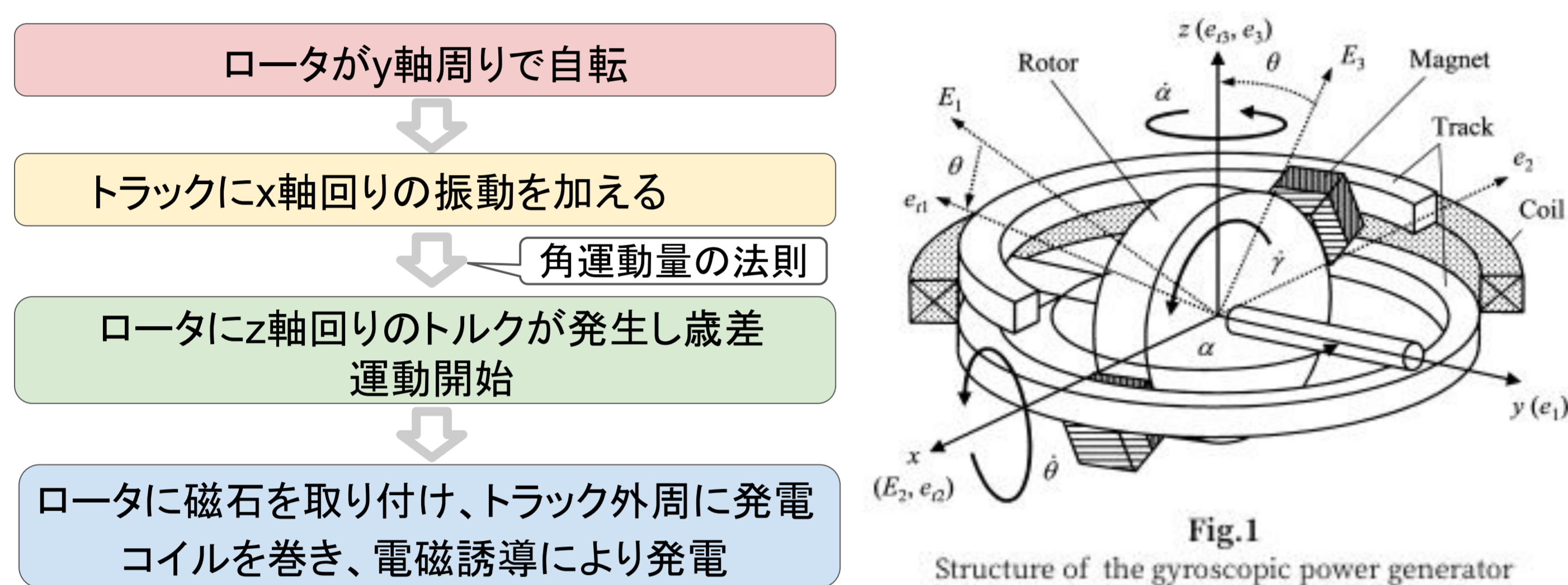
ジャイロ発電機は、微小な振動でも与え続けられれば振動することができる反面、回転を継続できる発電機の回転と周期の等しい、規則的な振動が身近にあまり存在せず、安定回転が難しいという性質がある。

現在、様々な研究によりこのジャイロ発電機の欠点を克服するための仕組みが考えられており、実用化に近づいてきている。しかし、発電機の構造、振動に発電機の周期を合わせる研究は行われているものの、どの程度のずれならば回転が持続するかという研究はなされていないのが現状である。

実際には入力振動と発電機の周期が微小に異なる場合には発電機の加速または減速により回転が持続するが、2つの周期の差がある程度より大きくなると大きく減速してしまうという事実注目し、どの程度のずれならば回転が持続可能であるのかを研究した。

## 2,ロータ運動の解析

<ジャイロ発電機の構造と運動方程式>



※座標系について

Fig. 1で空間に固定された直角座標系 ⇒ E座標系  
 トラックに固定した座標系 ⇒ e<sub>1</sub>座標系  
 ロータの歳差運動とともに回転する座標系 ⇒ e座標系

$\theta_0$  は入力振幅、 $\omega_0$  は角周波数、 $I_1$  はロータの軸周りの慣性モーメント、 $I_2$  は半径回りの慣性モーメント、 $\sigma$  は減衰係数とし、トラックは初期状態で  $E_1, E_2$  面内にあり、 $E_2$  軸回りに  $\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t)$  で揺動回転するものとする。

このとき、次のような運動方程式が得られる。

$$\ddot{\alpha}(\xi^2 I_1 + I_2) + \xi I_1 \dot{\theta} \sin \alpha + (I_2 - I_1) \dot{\theta}^2 \sin \alpha \cos \alpha + \xi^2 \sigma \dot{\alpha} = 0$$

しかし、上式は非線形なため解析解は導出できない。

そこで、定常状態では歳差運動  $\alpha$  と入力振動  $\theta$  が同期し、またロータの自転速度  $\gamma$  は一定と仮定して、定常状態における近似解を導出する。 $\alpha$  と入力位相  $\omega_0 t$  の位相差を  $\phi$  で定義すると、次式が得られる。

$$\ddot{\phi}(\xi^2 I_1 + I_2) + \xi I_1 \dot{\theta} \sin(\phi + \omega_0 t) + \xi^2 \sigma(\dot{\phi} + \omega_0) + (I_2 - I_1) \dot{\theta}^2 \sin(\phi + \omega_0 t) \cos(\phi + \omega_0 t) = 0$$

本研究においては、 $\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t)$  で表される単振動以外の様々な種類の揺動運動を加えた際の過渡特性を解析することを目的としている。そこで、等加速度運動となる揺動運動における過渡特性を考えることとした。

加速度を  $a$  としたとき、角加速度は、 $\omega_{(t)} = \omega_0 + at$  と表せる。これを上式に代入すると、 $\phi$  に関する次の方程式が得られる。

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{-(\xi^2 I_1 + I_2)} [\xi I_1 \{ 2a \theta_0 \cos(\omega_0 t + at^2) - (\omega_0 + 2at)^2 \theta_0 \sin(\omega_0 t + at^2) \} \times \sin(\phi + \omega_0 t + at^2) + \xi^2 \sigma (\dot{\phi} + \omega_0 + 2at) + (I_2 - I_1) (\omega_0 + 2at)^2 \theta_0^2 \cos^2(\omega_0 t + at^2) \times \sin(\phi + \omega_0 t + at^2) \times (\dot{\phi} + \omega_0 t + at^2) + 2a(\xi^2 I_1 + I_2)]$$

この式は解析的に解が導出できないため、数値的に解く必要がある。また、 $a \rightarrow 0$  にて上式の極限を取った時、 $\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t)$  で揺動回転した際の運動方程式と一致しており、上式がロータの運動方程式として成立していることが確認できる。

## 3,実験(シミュレーション)

<目的>

各条件下での初期条件を種々変化させた際の角加速度  $a$  の限界値から発電機が安定回転に至るための必要条件について考察する。

<実験方法>

Python を google colaboratory 上で運動方程式を数値的に解析する。

○パラメータの条件 (n=500)

$\omega_0$	2 $\pi$ , 4 $\pi$ , 6 $\pi$ , 8 $\pi$
$\phi_0$	0, $\pi/6$ , $\pi/4$ , $\pi/3$ , $\pi/2$
$\sigma$	0, 1.5, 3, 4.5, 6
$\theta_0$	$\pi/12$ , $\pi/6$ , $\pi/4$ , $\pi/3$ , $5\pi/12$

※微分方程式の計算にはルンゲクッタ法(4次)を用い、機構のパラメータは市販の Dynabee の値 ( $\zeta = 32.9$ ,  $I_1 = 95.2 \text{mgm}^2$ ,  $I_2 = 64 \text{mgm}^2$ ) を用いた。

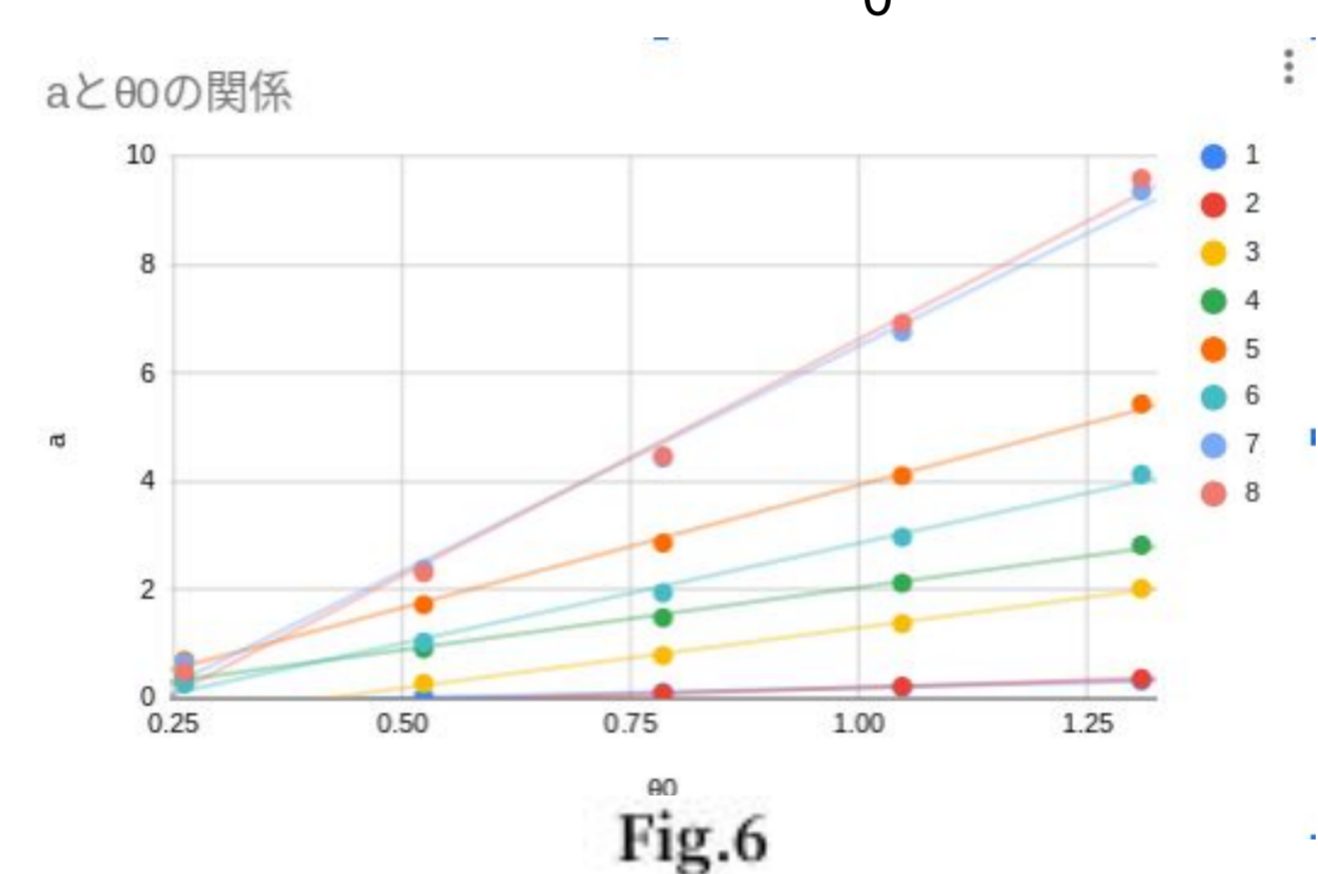
シミュレーション後、 $a$  と  $\omega_0$ ,  $a$  と  $\theta_0$ ,  $a$  と  $\sigma$ ,  $a$  と  $\phi_0$  のグラフを作成した。

※比較するパラメータの値を変化させる際は、比較するパラメータ以外のパラメータ4つを固定し、また、その4つのパラメータの組はランダムに選ぶこととし、4つのパラメータの組に依らない関係性を求めた。

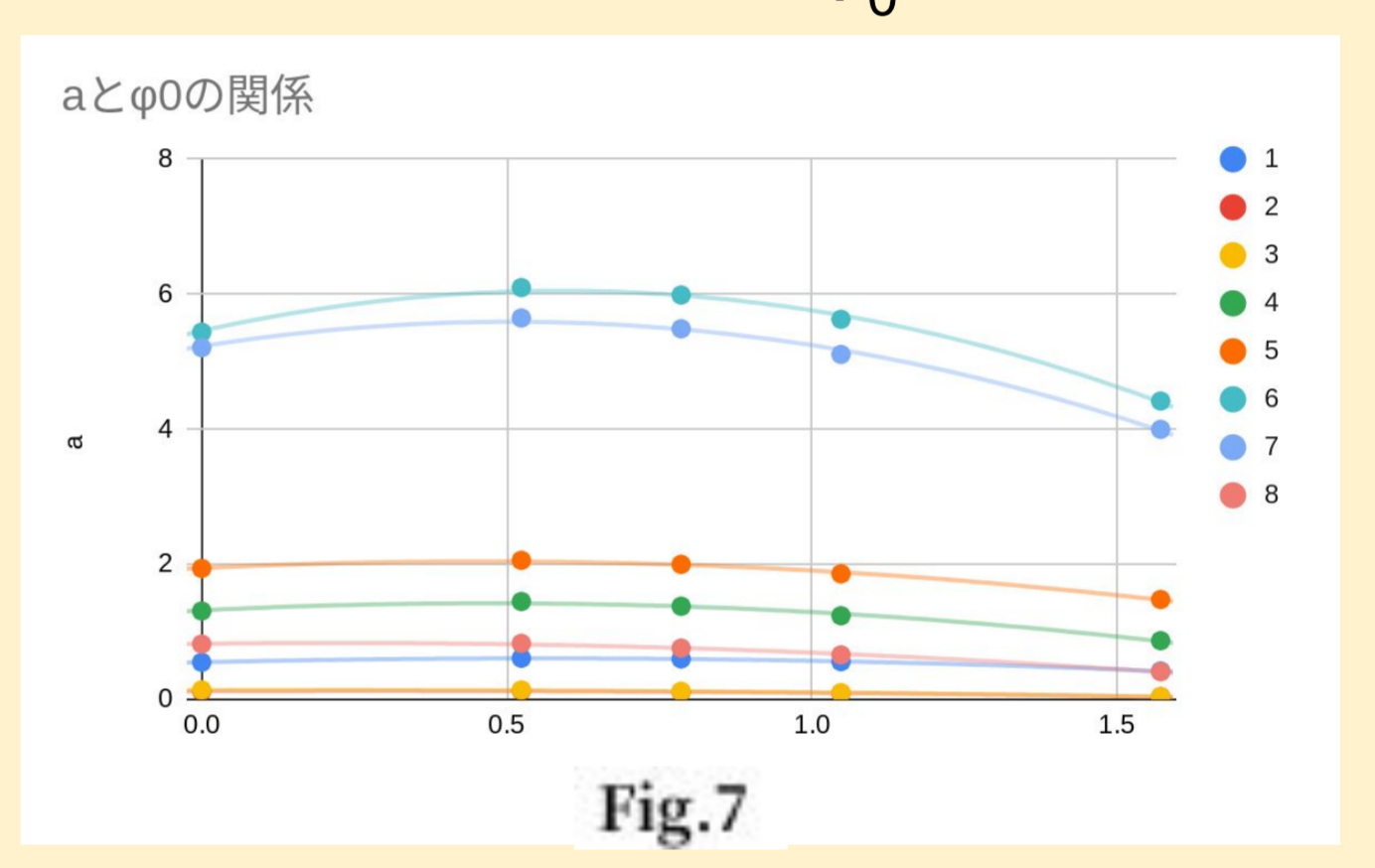
<結果>

入力振幅  $\theta_0$ 、角周波数  $\omega_0$ 、位相差  $\phi_0$ 、減衰定数  $\sigma$  を変化させた際の過渡応答を求めた。

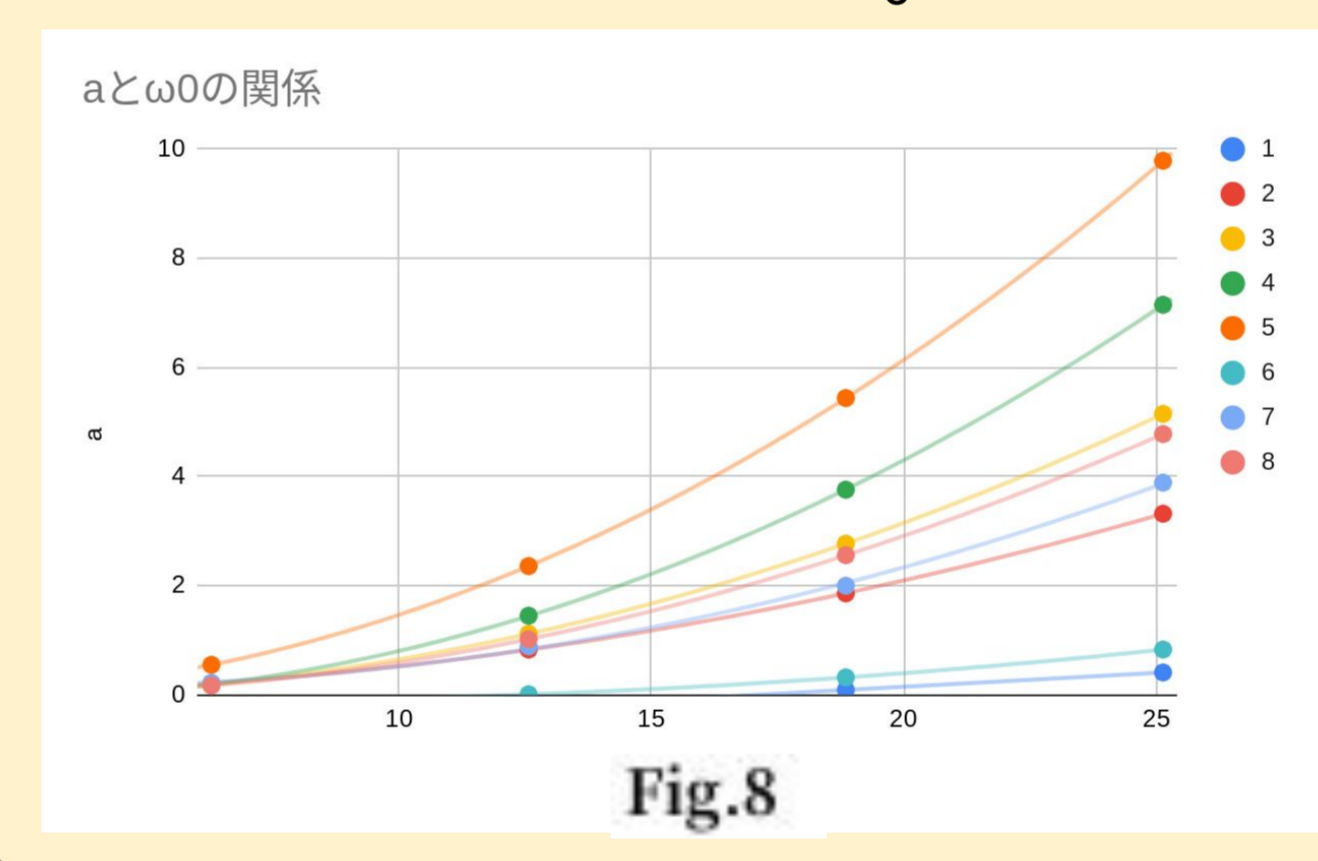
①安定性に及ぼす  $\theta_0$  の影響



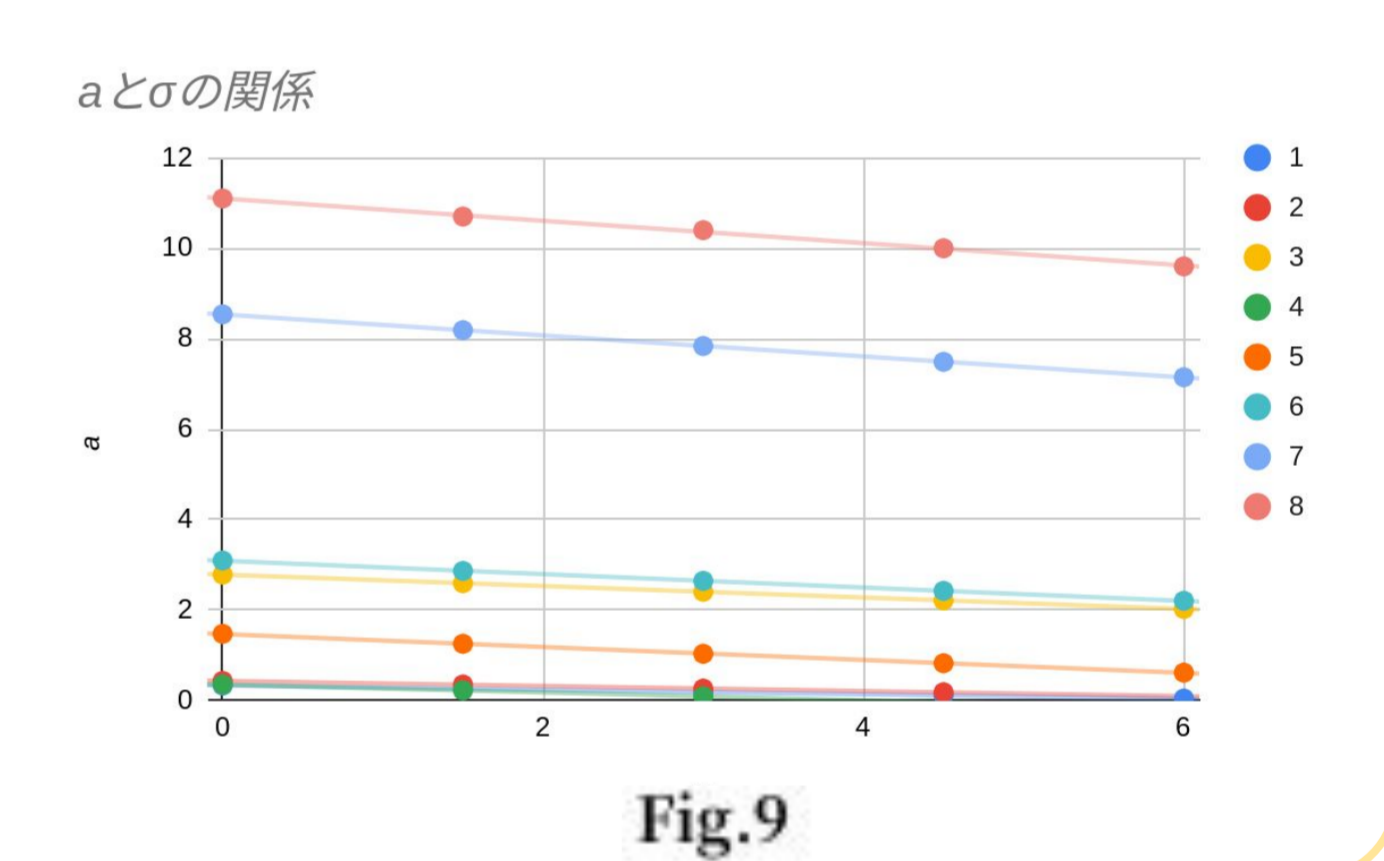
②安定性に及ぼす  $\phi_0$  の影響



③安定性に及ぼす  $\omega_0$  の影響



④安定性に及ぼす  $\sigma$  の影響



※なお、①、②、③、④で用いたランダムに選んだサンプルは以下となる。

番号	$\phi_0$	$\omega_0$	$\sigma$	番号	$\theta_0$	$\omega_0$	$\sigma$	番号	$\theta_0$	$\sigma$	$\phi_0$	番号	$\theta_0$	$\phi_0$	$\omega_0$
1	$\pi/2$	$2\pi$	3	1	$5\pi/12$	$2\pi$	1.5	1	$\pi/12$	4.5	$\pi/2$	1	$\pi/4$	0	$2\pi$
2	$\pi/3$	$2\pi$	4.5	2	$\pi/4$	$2\pi$	4.5	2	$\pi/6$	0	$\pi/3$	2	$\pi/3$	$\pi/6$	$2\pi$
3	$\pi/4$	$4\pi$	6	3	$\pi/12$	$4\pi$	3	3	$\pi/4$	3	$\pi/4$	3	$5\pi/12$	$\pi/4$	$4\pi$
4	$\pi/6$	$4\pi$	0	4	$\pi/3$	$4\pi$	6	4	$\pi/3$	6	$\pi/6$	4	$\pi/12$	$\pi/3$	$4\pi$
5	0	$6\pi$	1.5	5	$\pi/6$	$6\pi$	0	5	$5\pi/12$	1.5	0	5	$\pi/6$	$\pi/2$	$6\pi$
6	$\pi/2$	$6\pi$	3	6	$5\pi/12$	$6\pi$	1.5	6	$\pi/12$	4.5	$\pi/6$	6	$\pi/4$	0	$6\pi$
7	$\pi/3$	$8\pi$	4.5	7	$\pi/4$	$8\pi$	1.5	7	$\pi/6$	0	$\pi/4$	7	$\pi/3$	$\pi/6$	$8\pi$
8	$\pi/4$	$8\pi$	6	8	$\pi/12$	$8\pi$	4.5	8	$\pi/4$	3	$\pi/3$	8	$5\pi/12$	$\pi/4$	$8\pi$

<①>

<②>

<③>

<④>

<考察>

ジャイロ発電機をより安定して回転させるためには、以下の表のような条件の下、動かすべきだと考えた。すなわち、 $\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t)$  で表される揺動運動以外の入力振動においてもジャイロ発電機は発電可能だと考えられる。

	角加速度 $a$	最適条件
$\theta_0$	単調増加	$\theta_0 = 5\pi/12$
$\phi_0$	上に凸	$\phi_0 = \pi/6$
$\omega_0$	単調増加	$\omega_0 = 8\pi$
$\sigma$	単調減少	$\sigma = 0$

## 4,展望

・理論式によるシミュレーションの裏付け(現在取組中)

・シミュレーションの検証実験(実験2として取組中)

・等加速度揺動運動以外の揺動運動についてのシミュレーション

⇒ジャイロ発電機を利用できる幅が広がる

・身近な振動(波、地面の振動)を、安定回転のための必要条件を満たすよう変換して、発電の実用例製作

⇒振動を用いた効果的な発電方法の実用化 ex) ジャイロ式波力発電