

関数の相似について

～回転や線対称移動も含めた相似について～

大沼優吾, 幸田真尋, 中西創司

Yugo ONUMA, Mahiro KODA, Soshi NAKANISHI

奈良県立奈良高等学校

【キーワード】 関数 相似 回転 線対称

1. はじめに

二次関数は全て相似であるというのは有名だが、他の関数ではそのような話を聞いたことが無いので、このような研究を行った。

2. 目的

相似な関数を用いることによって、考える規模を縮小し、幾何的な視点で関数を考えることができるようにする。

3. 方法

計算を行った後、数学ソフトウェア GeoGebra を使用して検証を行った。

3-1 回転移動

点の移動は回転行列を用いて考えることができるので、同様にして考えた。

3-2 線対称移動

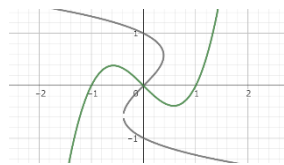
関数上の点を直線 $l: ax + by + c = 0$ を軸として対称移動することを考え、その操作を関数にも当てはめて考えた。

4. 結果

4-1 回転移動

関数 $f(x, y) = 0$ を原点中心に θ 回転させた関数は、

$$f(x \cos \theta + y \sin \theta, y \cos \theta - x \sin \theta) = 0$$



例 : $y = x^3 - x$

4-2 線対称移動

関数 $f(x, y) = 0$ を直線 $l: ax + by + c = 0$ を軸として線対称移動させた関数は、

$$f\left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2}x - \frac{2ab}{a^2 + b^2}y - \frac{2ac}{a^2 + b^2}, -\frac{2ab}{a^2 + b^2}x + \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}y - \frac{2bc}{a^2 + b^2}\right) = 0$$



例 : 円

5. まとめ

今回ですべての相似な関数を表すことができた。これからは具体的な活用法等について考えていきたい。

6. 参考文献

高校数学の美しい物語 全ての放物線が相似であることの証明、関数のグラフの拡大・縮小の証明と例