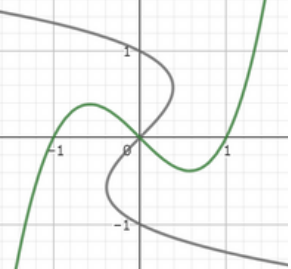


関数の相似

奈良高校 大沼優吾 幸田真尋 中西創司



1, 目的

二次関数は全て相似であることは有名。
しかし、その他の関数での相似は聞いたことがなかった。

もし、二次関数以外の関数でも相似なものを生み出すことができたなら、問題を解く時に有効活用できるのでは。

まずは、拡大・縮小・平行移動・回転移動・線対称移動について公式を作ることにした。

3, 結果 (平行移動は有名のため省略)

拡大・縮小

$$1, \begin{cases} X = k s \\ Y = k t \end{cases} \quad 2, \begin{cases} s = \frac{X}{k} \\ t = \frac{Y}{k} \end{cases}$$

$$3, f\left(\frac{x}{k}, \frac{y}{k}\right) = 0$$

線対称移動

$$1, \begin{cases} X = \frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2} s - \frac{2ab}{a^2 + b^2} t - \frac{2ac}{a^2 + b^2} \\ Y = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} t - \frac{2ab}{a^2 + b^2} s - \frac{2bc}{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$2, \begin{cases} s = \frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2} X - \frac{2ab}{a^2 + b^2} Y - \frac{2ac}{a^2 + b^2} \\ t = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} Y - \frac{2ab}{a^2 + b^2} X - \frac{2bc}{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$3, f\left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2} x - \frac{2ab}{a^2 + b^2} y - \frac{2ac}{a^2 + b^2}, \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} y - \frac{2ab}{a^2 + b^2} x - \frac{2bc}{a^2 + b^2}\right) = 0$$

2, 方法

$f(x, y) = 0$ 上の点 (s, t) を移動させた点を (X, Y) とする。

- 1, (X, Y) を s, t で表す
- 2, (s, t) を X, Y で表す
- 3, $f(s, t) = 0$ なので、2の式を s, t にそれぞれ代入する

代入したものが、 $f(x, y) = 0$ を移動させた式となる。

回転移動

$$1, \begin{cases} X = s \cos \theta - t \sin \theta \\ Y = s \sin \theta + t \cos \theta \end{cases}$$

$$2, \begin{cases} s = X \cos \theta + Y \sin \theta \\ t = Y \cos \theta - X \sin \theta \end{cases}$$

$$3, f(x \cos \theta + y \sin \theta, y \cos \theta - x \sin \theta) = 0$$

4, まとめ・今後の展望

今回の研究を通して、拡大・縮小・平行移動・回転移動・線対称移動の全てに公式を作ることができた。
今後は活用法を考えていきたい。

参考文献

- 高校数学の美しい物語
全ての放物線が相似であることの証明
<https://manabitimes.jp/math/702>
- 高校数学の美しい物語
関数のグラフの拡大・縮小の証明と例
<https://manabitimes.jp/math/793>